Глубокоуважаемому Андрею Серге…

Вязигину

Математическая формула для опредѣленія вѣроятности гипотезъ въ ея приложеніи къ научнымъ построеніямъ.

Экстра-ординарный профессоръ П. Э. Лейкфельдъ.

При составленіи гипотезъ мы допускаемъ большой произволъ; но мы останавливаемся каждый разъ на предположеніи, въ пользу котораго говорятъ хотя какія либо данныя. Достоинства и характеръ доводовъ въ защиту гипотезы, бываютъ различны; но психологически невозможенъ случай, чтобы мы строили ее, не имѣя къ тому буквально никакихъ основаній. Гипотезу можно поэтому разсматривать, какъ заключеніе логически недостаточное, вѣроятное; когда она должнымъ образомъ подтверждена, она перестаетъ быть гипотезой и обращается въ достовѣрный выводъ или цѣпь заключеній, въ теорію. Въ виду подобнаго характера гипотезъ естественно возникаетъ вопросъ, нельзя ли при оцѣнкѣ ихъ обратиться къ математической теоріи вѣроятностей и всякій разъ опредѣлять достоинства сдѣланнаго предположенія въ числовыхъ величинахъ. Тогда мы знали бы по крайней мѣрѣ въ точности, *насколько* предположеніе доказательно и насколько безопасно имъ пользоваться. Математики предлагаютъ для этого особую формулу; но она нашла себѣ примѣненіе лишь въ немногихъ, сравнительно простыхъ случаяхъ; къ ней прибѣгаютъ только съ цѣлью опредѣлить вѣроятность отдѣльнаго факта или группы фактовъ, изъ которыхъ мы пытаемся объяснить сдѣланныя наблюденія, если мы строимъ предположенія относительно состава шаровъ въ ящикѣ, касательно того, вынуты ли карты изъ полной колоды и т. п.

Нѣкоторую попытку воспользоваться теоріей вѣроятностей, когда дѣло идетъ о научныхъ гипотезахъ и положеніяхъ общаго характера, сдѣлалъ недавно Гиллебрандъ [1]). Интересъ сосредоточивается у него, однако, лишь на томъ, чтобы помощью подобнаго мѣрила взвѣсить правило, которое предписываетъ брать для объясненія явленій „veras causas“.

Для опредѣленія вѣроятности гипотезы принимаютъ, согласно шестому лапласовскому положенію, формулу

$$Q_1 = \frac{P_1 p_1}{P_1 p_1 + P_2 p_2 + P_3 p_3 + \ldots + P_n p_n},$$

гдѣ P_1, P_2, $P_3 \ldots$ представляетъ выраженную въ числовой величинѣ апріорную вѣроятность возможныхъ причинъ M_1, M_2, $M_3 \ldots$ наблюденнаго явленія или ряда явленій S, а p_1—вѣроятность наступленія S при наличности M_1, p_2—вѣроятность его, когда дано M_2 и т. д.

Разсматривая эту формулу, нетрудно убѣдиться, что она, дѣйствительно, мало приложима. Знаменатель ея предполагаетъ извѣстными всѣ возможныя при объясненіи наблюденнаго ряда явленій гипотезы. Это условіе, за рѣдкими исключеніями, не выполнимо [2]). Далѣе, выразить апріорную вѣроятность каждой изъ причинъ M_1, M_2, $M_3 \ldots M_n$ (или вѣроятность ихъ, какова она для насъ до наблюденія феноменовъ S и независимо отъ того, наступили ли явленія S) въ числовой величинѣ можно далеко не всегда. Тѣ данныя, въ виду которыхъ мы считаемъ M_1, M_2, $M_3 \ldots M_n$ вѣроятными, часто сами по себѣ настолько расплывчивы въ количественномъ и даже — если можно такъ выразиться — въ качественномъ отношеніи, что свести шансы pro и contra къ опредѣленной дроби нечего и думать. Равнымъ образомъ нельзя предположить, будто въ случаяхъ, представляющихъ затрудненія, апріорная вѣроятность является для M_1, M_2, $M_3 \ldots$ для M_n одинаково неизвѣстной величиной x, которую слѣдуетъ выбросить изъ формулы

$$Q_1 = \frac{P_1 p_1}{P_1 p_1 + P_2 p_2 + P_3 p_3 + \ldots + P_n p_n} = \frac{x p_1}{x(p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n)} =$$

$$= \frac{p_1}{p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n}.$$

---

[1]) *Frz. Hillebrand,* Zur Lehre von der Hypothesenbildung. Sitzungsberichte der philosophisch-historischen Classe der Akademie der Wissenschaften. Wien, 1896. Bd. CXXXIV.

[2]) Ср. *Н. Лейкфельдъ,* Логическое ученіе объ индукціи въ главнѣйшіе историческіе моменты его разработки. СПБ. 1896, стр. 216—217.

M_1, M_2, $M_3 \cdot \cdot \cdot M_n$ обыкновенно имѣютъ каждое свою апріорную вѣроятность; мы только не можемъ установить, какъ велика она. Наконецъ, мы наталкиваемся на препятствія и при опредѣленіи p_1, p_2, $p_3 \cdot \cdot \cdot p_n$. Если S необходимо наступаетъ при наличности M_1, то $p_1 = 1$; но въ случаяхъ, гдѣ $p_1 < 1$, $p_2 < 1$ или $p_3 < 1 \ldots$ указать числовую величину для p_1, p_2 или $p_3 \cdot \cdot \cdot p_n$ (для всѣхъ или же—въ соотвѣтствующихъ случаяхъ—лишь для нѣкоторыхъ p) такъ же мало возможно, какъ и для P_1, P_2, $P_3 \cdot \cdot \cdot P_n$; мы встрѣчаемъ тогда тѣ же трудности, что̀ и при разсмотрѣніи апріорной вѣроятности $M_1, M_2, M_3 \ldots M_n$. Исчисленіе вѣроятностей такимъ образомъ нельзя не ограничивать по отношенію къ гипотезамъ случаями, къ какимъ привыкли примѣнять его математики; для оцѣнки же научныхъ гипотезъ остается искать въ предлагаемой формулѣ лишь указаній общихъ.

Анализъ ея приводитъ насъ къ предписаніямъ, изъ которыхъ многія уже установлены инымъ путемъ и стали традиціонными.

Пусть при объясненіи даннаго ряда явленій S возможна лишь одна гипотеза. Въ такомъ случаѣ

$$Q_1 = \frac{P_1 p_1}{P_1 p_1} = 1,$$

то-есть сдѣланное предположеніе слѣдуетъ тогда разсматривать, какъ достовѣрную истину. Но положимъ, на ряду съ построенной гипотезой возможна другая; какъ бы ни были ничтожны данныя, говорящія въ пользу второй,—когда она сколько нибудь вѣроятна, наше довѣріе къ первой уже подрывается. При существованіи двухъ гипотезъ

$$Q_1 = \frac{P_1 p_1}{P_1 p_1 + P_2 p_2};$$

если тутъ $P_2 p_2 > 0$, то

$$\frac{P_1 p_1}{P_1 p_1 + P_2 p_2} < \frac{P_1 p_1}{P_1 p_1}, \quad \text{или} \quad \frac{P_1 p_1}{P_1 p_1 + P_2 p_2} < 1.$$

Третья гипотеза еще больше заставила бы насъ сомнѣваться въ истинности первой. Когда дано, что $P_3 p_3 > 0$, то

$$\frac{P_1 p_1}{P_1 p_1 + P_2 p_2 + P_3 p_3} < \frac{P_1 p_1}{P_1 p_1 + P_2 p_2}.$$

Такимъ образомъ вообще говоря, при большемъ количествѣ возможныхъ для объясненія феноменовъ S гипотезъ, каждая изъ нихъ представляется менѣе вѣроятной.

Если апріорная вѣроятность P_1 причины M_1 равна нулю, то и

$$Q_1 = \frac{O \cdot p_1}{O \cdot p_1 + P_2 p_2 + \ldots + P_n p_n} = O,$$

такъ что гипотеза оказывается тогда безусловно ложной. Но научныя предположенія подобнаго рода невозможны. Пусть $P_1 = O$, то есть мы достовѣрно знаемъ, что M_1 не существуетъ; мы въ такомъ случаѣ и не стали бы строить догадокъ относительно его существованія, ибо это значило бы отрицать и въ одно и то же время проблематически утверждать присутствіе M_1 [1]). Если, съ другой стороны, $P_1 = P_2 = P_3 = \ldots = P_n = 1$, и намъ дано, что $M_1, M_2, M_3 \ldots M_n$ существуютъ при наступленіи S, неясно же лишь соотношеніе между $M_1, M_2, M_3 \ldots M_n$ (каждымъ изъ нихъ) и S, то, какъ извѣстно,

$$Q_1 = \frac{p_1}{p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n}.$$

Тотъ же результатъ получается, когда вообще $P_1 = P_2 = P_3 = \ldots = P_n = z$. Имѣемъ

$$Q_1 = \frac{z p_1}{z(p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n)} = \frac{p_1}{p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n}.$$

Такимъ образомъ, если $M_1, M_2, M_3 \ldots M_n$, сами по себѣ, одинаково вѣроятны, то причиною S вѣроятнѣе служитъ тотъ изъ феноменовъ $(M_1, M_2, M_3 \ldots M_n)$, помощью котораго легче объясняются наблюденныя явленія S. Извѣстно, что это общее положеніе Лапласъ принимаетъ при опредѣленіи вѣроятности гипотезъ за основное и исходное (его VI принципъ).

Предположимъ, что M_2 сложно изъ M_1 и R. Пусть при этомъ апріорная вѣроятность M_1 равна P_1, а для R апріорная вѣроятность $= Z$. По силѣ третьяго лапласовскаго принципа, получаемъ, что $P_2 = P_1 z$. Но такъ какъ z представляетъ правильную дробь (лишь въ томъ рѣдкомъ случаѣ, когда присутствіе R при наступленіи S было бы несомнѣнно, $z = 1$), то $P_1 > P_1 z$ или $P_1 > P_2$. Между тѣмъ

[1]) Иначе старается поставить дѣло Гиллебрандъ (стр. 53—45), который считаетъ апріорную вѣроятность всякаго рода „метафизическихъ объясненій“ (напримѣръ, предположеніе относительно флогистона, относительно horror vacui) равной нулю и говоритъ, что всѣ подобныя гипотезы слѣдуетъ отвергнуть.

$$Q_1 = \frac{P_1 p_1}{P_1 p_1 + P_2 p_2 + P_3 p_3 + \ldots + P_n p_n}, \text{ а}$$

$$Q_2 = \frac{P_2 p_2}{P_1 p_1 + P_2 p_2 + P_3 p_3 + \ldots + P_n p_n}.$$

Такимъ образомъ, если $p_1 = p_2$, то (при равныхъ знаменателяхъ)

$$\frac{P_1 p_1}{P_1 p_1 + P_2 p_2 + P_3 p_3 + \ldots + P_n p_n} > \frac{P_2 p_2}{P_1 p_1 + P_2 p_2 + \ldots + P_n p_n},$$

или $Q_1 > Q_2$. При прочихъ равныхъ условіяхъ простая гипотеза заслуживаетъ бо́льшаго довѣрія, чѣмъ сложная [1]).

Ньютонъ требовалъ, чтобы научный изслѣдователь, построя при изученіи явленій гипотезы, принималъ лишь veras causas. Какъ бы ни толковать, частнѣе, это предписаніе, апріорная вѣроятность причины, которая не подходитъ подъ понятіе о vera causa, не можетъ равняться нулю, ибо тогда и самая гипотеза, какъ сказано, не была бы построена. Но если $P_1 > 0$, то и

$$\frac{P_1 p_1}{P_1 p_1 + P_2 p_2 + P_3 p_3 + \ldots + P_n p_n} > 0$$

(предполагая, что, въ свою очередь, $p_1 > o$). Такимъ образомъ гипотезы, въ которыхъ ньютоновское правило нарушено, все же до нѣкоторой степени вѣроятны [2]), а въ томъ случаѣ, когда $P_2 p_2 + P_3 p_3 + \ldots + P_n p_n$, по сравненію съ $P_1 p_1$, представляетъ величину малую, Q_1 почти равно единицѣ, иначе говоря, вѣроятность сдѣланнаго предположенія весьма велика [3]). Гершель, Юэлль, Джонъ Стюартъ Милль, останавливаясь на ньютоновскомъ предписаніи, не считаютъ возможнымъ принять его безу-

---

[1]) Нѣсколько иначе у Гиллебранда стр. 50 примѣч.—Пусть присутствіе R при наступленіи S — что́ весьма рѣдко возможно — не подлежитъ никакому сомнѣнію. Въ такомъ случаѣ $z = 1$, $P_1 = P_2$ и, наконецъ, при существованіи равенства $p_1 = p_2$ получимъ

$$\frac{P_1 p_1}{P_1 p_1 + P_2 p_2 + P_3 p_3 + \ldots + P_n p_n} = \frac{P_2 p_2}{P_1 p_1 + P_2 p_2 + P_3 p_3 + \ldots + P_n p_n}$$

или $Q_1 = Q_2$.

[2]) Ср. *Hillebrand*, p. 49. Ср. также ibid. p. 53—54 seqq.

[3]) Если съ другой стороны, причина M_2 представляетъ veram causam и апріорная вѣроятность ея велика, то Q_2 можетъ оказаться значительно большей величиной, чѣмъ Q_1, $Q_3 \ldots Q_n$.

словно, а только стараются извлечь изъ него то, что̀ въ немъ содержится дѣйствительно цѣннаго [1]).

Пусть явленія S прямо вытекаютъ изъ предположенной причины M_1, такъ что $p_1 = 1$. При существованіи другихъ гипотезъ, все же

$$Q_1 = \frac{P_1}{P_1 + P_2p_2 + P_3p_3 + \cdots + P_np_n},$$

или $Q_1 < 1$. Наиболѣе элементарный способъ провѣрки гипотезъ, когда ограничиваются тѣмъ, что сравниваютъ дедуктивные выводы изъ предположенія съ наблюденными фактами, не приводитъ къ желаннымъ результатамъ. Выводимость фактовъ еще не доказываетъ построенной гипотезы [2]). Если съ другой стороны, изъ причины M_1 нельзя вовсе вывести S и $p_1 = 0$, вѣроятность

$$Q_1 = \frac{P_1 \cdot 0}{P_1 \cdot 0 + P_2p_2 + P_3p_3 + \cdots + P_np_n} = 0.$$

Но этотъ случай психологически невозможенъ, ибо мы не станемъ предполагать причину M_1, разъ факты изъ нея нисколько не объясняются и не вытекаютъ и разъ гипотеза не даетъ возможности строить дедуктивныя заключенія [3]).

Предположимъ, наконецъ, что $P_1 = 1$ и $p_1 = 1$. Когда вообще возможна лишь одна гипотеза, вѣроятность ея равна, какъ сказано, единицѣ,—независимо отъ величины P_1 и p_1. Но если гипотезъ дано двѣ или больше,

$$Q_1 = \frac{1}{1 + P_2p_2 + P_3p_3 + \ldots P_np_n},$$

такъ что Q_1 представляетъ въ такомъ случаѣ правильную дробь. Пусть достовѣрно извѣстно, что существуетъ M_1; изъ него, положимъ, прямо вытекаетъ S. Возможно, что на ряду съ M_1 имѣется M_2, присутствіемъ котораго и обусловливается S, тогда какъ M_1 имѣетъ своимъ слѣдствіемъ группу однородныхъ съ S явленій S_1. Впрочемъ P_2p_2 должно равняться единицѣ; только тогда Q_1, при существованіи двухъ гипотезъ относительно изучаемаго явленія, равно $\frac{1}{2}$, а не большей ве-

---

[1]) *Логич. уч. объ инд.*, стр. 77, примѣч. 1; стр. 119, примѣч. 1. *John Stuart Mill*, A Syst. of Logic rat. and ind., book. III, chapt. XIV, § 4.

[2]) Ср. *Hillebrand*, p. 52.

[3]) Ср. ibid.

личинѣ; при трехъ гипотезахъ $P_2p_2 + P_3p_3$ должно равняться 2 (или $P_2p_2 = 1$, $P_3p_3 = 1$, ибо только при этомъ условіи возможно равенство: $P_2p_2 + P_3p_3 = 2$), чтобы $Q_1 = {}^1/_3$, а не большей дроби. Такимъ образомъ бо̀льшая величина P_1 и p_1 все же даетъ гипотезѣ сравнительно видное мѣсто среди другихъ научныхъ предположеній относительно S. Два указанныя условія — наличность предположенной причины M_1 и возможность вывести изъ нея факты S—значительно подкрѣпляютъ научную гипотезу.*

П. Лейкфельдъ.

---

*) Слѣдовательно, при существованіи обычая „oblatio, rogum" и полной возможности объяснить этимъ свидѣтельства памятниковъ о превращеніи жизни Г-да, значительно возрастаетъ достовѣрность предположенія о принадлежности его къ „genti oblati."

Отдѣльные оттиски изъ „Записокъ Императорскаго Харьк. Унив.", 4-й вып., 1898 г.

Харьковъ. Паровая Типографія и Литографія Зильбербергъ, Рыбная ул., № 30-й.