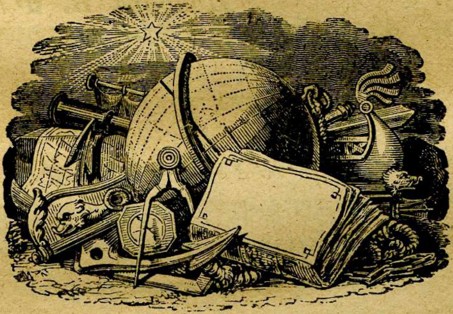
АРИѲМЕТИКА.

АРИѲМЕТИКА

СОЧИНЕНІЯ

Обоянскаго уѣзднаго землемѣра

А. Богуславскаго.



ХАРЬКОВЪ.

ПЕЧАТАНО ВЪ УНИВЕРСИТЕТСКОЙ ТИПОГРАФІИ.

1843.

23*

ПЕЧАТАТЬ ПОЗВОЛЯЕТСЯ,

съ тѣмъ, чтобы по отпечатаніи представлено было въ Цензурный Комитетъ узаконенное число экземпляровъ. Москва, 19 Ноября 1841 года.

Ценсоръ В. Флеровъ.

ТРЕТІЯ ЧАСТЬ АРИѲМЕТИКИ,

содержащая рѣшеніе практическихъ вопросовъ, основанныхъ на простыхъ уравненіяхъ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

Объ употребительнѣйшихъ мѣрахъ.

§ 146.

Эта часть Ариѳметики находится въ тѣсной связи съ первыми двумя; или она есть ничто другое, какъ только приложеніе первыхъ двухъ частей, къ разрѣшенію, въ общежитіи употребляемыхъ, вопросовъ; этою частію дополняются всѣ ариѳметическія свѣденія, полезныя и для каждаго гражданина, и необходимыя при изученіи *Алгебры* и *Геометріи*.

Изъ § 1 и 79 видѣли весь ходъ мѣрянія величинъ цѣлыхъ и дробныхъ; но какъ мѣримыя бываютъ разныхъ порядковъ, на прим., монета, тяжесть, жидкость, время и прочее могутъ быть взяты за мѣримыя, которыя должны непремѣнно измѣрятся своими *однородными* мѣрами; посему разнаго рода мѣръ и выраженій степеней ихъ или единицъ столько, сколько разныхъ порядковъ мѣримыхъ. Такъ *рубль* есть единица для монетъ, *пудъ* — единица для тяжестей; *бочка* — единица для жидкостей; *годъ* — единица для времени и прочее, которую изображаемъ: 1 *руб.*, 1 *пуд.*, 1 *боч.*, 1 *год.* и т. д.

И такъ, изъ сего видно, что для рѣшенія разныхъ родовъ, практическихъ, вопросовъ, необходимы разныя единицы или мѣры; и въ Россіи употребительнѣйшія изъ нихъ суть:

Мѣра протяженій.

Подраздѣленія версты.

Верста	содержитъ	500 сажень.
Сажень	— —	3 ар., 7 ф. Ан. 6,568 ф. фр., 1,095 туаз., 2,133 метр.
Аршинъ	— —	16 вер., 2,333 ф. Ан., 2,189 ф. фр., 0,711 метр.
Метръ	— —	3,281 ф. Ан., 1,406 арш., 0.469 саж., 3,078 ф. фр., 0, 513 туаз.
Туазъ	— —	6,349 ф. Анг., 2,840 арш., 0,913 саж., 6 ф: фр., 0,305 метр.
Футъ Англ. или Рос.	содержитъ	0,428 ар., 0,143 саж., 0,938 ф. фр., 0,156 туаз, 0,305 метр.

Сей футъ раздѣляется на 12 дюймовъ, дюймъ на 10 линей, линея на 10 скрупуловъ.

Французскій футъ раздѣляется на 12 дюймовъ, дюймъ на 12 линій, линія на 12 пунктовъ.

Метръ дѣлится на 10 діаметровъ,
100 сантиметровъ,
1000 миллиметровъ и проч.

Декаметръ содержитъ 10 метр.

Гектолетръ содержитъ 100

Киламетръ . . . . . . 1000 и проч.

Въ градусѣ экватора полагается 15 нѣм. или геогр. миль

104,3196 верст.

69,1512 анг. миль.

60,000 мор. или итал. мил.

25,0000 фран. почт. иииль.

Географич. миля = 7 верстамъ,

Морская. . . . . = 1,7387

Англiйская . . . = 1,5086

Франц. почт. . = 4,1728

II. Мѣра жидкостей.

Бочка содержитъ 40 ведръ,

Ведро . . . . 9,3196 Риж. штоф., 0,1229 Гоктолитровъ, 2,7027 Галлоновъ.

III. Мѣры сыпучихъ тѣлъ.

Старая Русская мѣра зеренъ была *кадь*, которой четвертая доля есть нынѣшняя *четверть*.

Четверть содержитъ 2 осьмины,

Осьмина — — 4 четверика,

Четверикъ — — 8 гарнцовъ.

Четверикъ = 0,3761 Риж. Лоф., 0,2622 Гектол., 5,7724 Гал.

IV. Мѣры вѣса.

Пудъ содержитъ 40 фунт.

Фунтъ — — 32 лот.

Лотъ — — 3 золот.

Фунтъ Рус. = 0,9017 Анг. фун. = 1,0960 Анг. фун. Труа.

Англійскій фунтъ Труа раздѣляется на 12 унцовъ или на 5760 грановъ.

Фунтъ Рус. = 0,4089 килограм.,
Англійс. фунтъ = 0,4534.
Труа = 0,3730.

Аптекарскій фунтъ имѣетъ 12 унцій,
96 драхмъ,
720 грановъ.

Унція содержитъ 8 драхмъ,
480 гран.
Драхма 60 гран.

Килограмъ есть вѣсъ кубическаго дециметра воды при температурѣ + 4°.

V. Мѣра времяни.

Годъ (простой) содержитъ 365 дн. высокосный 366 дн.
День или сутки . . . . . . 24 часа.
Часъ . . . . 60 минутъ.
Минута . . . . 60 секундъ.

VI. Мѣра денегъ.

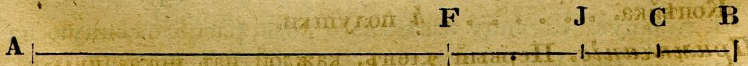
Имперіалъ содержитъ 10 руб. сереб.
Полуимперіалъ. . . . 5 руб.
Рубль . . . . 10 грив.
Гривна . . . . 10 копѣекъ.
Копѣйка. . . . . 4 полушки.

Примѣчаніе. Первый членъ, каждой изъ показанныхъ мѣръ, называется *главною единицею*; а прочіе, и по порядку слѣдующіе, — *подъраздѣленіями* ея. Такъ, одинъ пудъ есть главная единица, а 40 фун. 32 лот. 3 зол. суть подъраздѣленія *одного* пуда, принимаемаго за главную единицу; и проч.

Употребленіе мѣръ.

§ 147.

Изъ (§ 1, 2 и 79) видѣли какимъ образомъ мѣримое измѣряется своею мѣрою; но часто случается, что мѣра высшаго порядка, взятая изъ приложенной таблицы, не всегда помѣщается въ мѣримомъ цѣлое число разъ, а еще выходитъ нѣкоторый остатокъ меньшій мѣры; почему дабы имѣть точное понятіе, о величинѣ всего мѣримаго, то измѣряютъ и остатокъ, мѣрою слѣдующаго низшаго подъраздѣленія, если и отъ сего выйдетъ опять остатокъ, то берутъ третью низшую мѣру и. т. д. и поступаютъ одинаково съ предъидущимъ. Когда же наконецъ, перебравъ такимъ образомъ всѣ извѣстныя мѣры, получимъ еще остатокъ, то его или уже совершенно пренебрегаютъ, или выражаютъ дробью, коей знаменателемъ ставятъ число, показывающее повтореніе сего остатка въ самой низшей мѣрѣ, и въ заключеніе всѣ найденныя числа соединяютъ между собою знакомъ (+). Для поясненія положимъ, что желательно найти содержаніе аршина въ линіи АВ



Изобразивъ число повтореній аршина въ длинѣ АВ, чрезъ x, на основаніи (§ 1 и § 80) величина линіи, или все равно уравненіе ея, должно выразиться чрезъ

$$(ар.) \cdot x = AB.$$

На кладовыя аршинъ на AB, положимъ, что первый содержится въ AB одинъ разъ съ остаткомъ FB, меньшимъ аршина, тогда (§ 49) будетъ

$$AB = арш. \times 1 + FB.$$

Почему имѣемъ право, въ остаткѣ FB, укладывать четверть: и положимъ, что послѣдняя въ FB содержится три раза съ остаткомъ JB, слѣд.

$$FB = 3\ четв. + JB.$$

Усматривая что въ остаткѣ JB, вершокъ помѣщается два раза съ остаткомъ CB, пишутъ

$$JB = 2\ верш. + CB$$

Послѣ чего остатокъ CB или совсѣмъ отбрасываютъ, или измѣряютъ вершкомъ, накладывая въ семъ CB; и положимъ, что CB повторяется 11 разъ въ вершкѣ, то данная дробь будетъ $\frac{1}{11}$ т. е. CB$= \frac{1}{11}$ вер. И такъ если опять сложимъ CB съ JB съ FB и проч., то получимъ величину линіи AB, посему

$$AB = арш. \times 1 + четв. \times 3 + верш. + 2\frac{1}{11}$$

Здѣсь 1 *арш.* + 3 *четв.* + 2 $\frac{1}{11}$ *верш.* называется *сложнымъ именованнымъ числомъ*, и содержитъ въ себѣ главную единицу извѣстнаго рода, расположенную на первомъ мѣстѣ съ лѣвой руки, а всѣ низшія подъраздѣленія ея—съ правой. Число же, которое заключаетъ отдѣльно одинъ только родъ единицы, напр. 2 *арш.*, 3 *чет.*, $\frac{5}{7}$ *пуд.*, $\frac{1}{325}$ *зол.*, $\frac{1}{3521}$ *верш.* и проч. именуются *простымъ именованнымъ*.

§ 148.

Теперь начнемъ теорію именованныхъ чиселъ, двумя свойственными ея дѣйствіями, которыя можно считать основаніями прочихъ шести. Первое изъ нихъ имѣетъ цѣлью: *сложное, или простое именованное число высшаго порядка, обратить въ простое, выражающее главные единицы, въ самыхъ низшихъ подъраздѣленіяхъ;* второе же дѣйствіе показываетъ обратный способъ и имянно: *какимъ образомъ сложное, или простое именованное число, низшаго подъраздѣленія, превратить въ простое именованное, или въ сложное, высшаго подъраздѣленія.* Первый способъ называется *раздробленіемъ* а вторый *превращеніемъ*.

Раздробленіе. *Пусть требуется* 15 саж. + 2 ар. + 3 вер. *привести въ вершки.* Для сего беремъ

Сажень = 3 *арш.*
Аршинъ = 4 *четверт.*
Четверть = 4 *вершкамъ.*

И потомъ разсуждаемъ: поелику сажень составляется изъ аршина, повтореннаго 3 раза; слѣд. 12 *саж.* составятся изъ 3 *арш.*, повторенныхъ 15 разъ т. е.

15 *саж.* = 15 × 3 *арш.* = 45 *арш.*

куда придавъ еще 2 *арш.*, въ суммѣ получимъ

15 *саж.* + 2 *арш.* = 45 *арш.* + 2 *арш.* = 47 *арш.*

Но аршинъ = 4 четвертямъ, слѣд. вмѣсто *аршина* можно взять 4 *четвер.* и будетъ

$$15 + 2\ саж. = 47 \times 4\ четвер. = 188\ чет.$$

Изъ сего заключаемъ, что 15 саж. + 2 арш. составляются изъ четверти, повторенной 188 разъ; но чет. = 4 *верш.*, слѣд.

$$15\ саж. + 2\ арш. = 188 \times 4\ вер. = 752\ вер.$$

Придавъ сюда 13 вершковъ, имѣемъ

$$15\ саж. + 2\ арш. + 13\ вер. = 765\ вершковъ.$$

Все это въ практикѣ представляется такъ:

$$\begin{array}{rl} 15 & саж. + 2\ арш. + 13\ вер. \\ 3 & \\ \hline 45 & арш. \\ +2 & \\ \hline 47 & \\ 4 & \\ \hline 188 & чет. \\ 4 & \\ \hline 752 & \\ 13 & \\ \hline 765 & вер. \end{array}$$

Взятый примѣръ достаточно научаетъ, что при раздробленіи сложнаго именованнаго числа въ мѣлкія мѣры, *сначала должно простое имянованное, — стоящее первымъ съ лѣвой стороны*, (и выражающее единицы самаго высшаго подраздѣленія), *умножить на число, показывающее повтореніе въ его мѣрѣ, (какъ въ мѣримомъ), слѣдующей низшей мѣры и къ произведенію приписать однородное именован-*

ное число, заключенное въ данномъ сложномъ. Полученный выводъ умножить, подобно предыдущему, на число, показывающіе повтореніе въ его мѣрѣ, слѣдующей низшей, — и къ произведенію придать также однородное имянованное, — содержащееся въ сложномъ.

Новый выводъ умножить опять на число, показывающее повтореніе въ его мѣрѣ слѣдующей низшей и къ произведенію придать однородное имянованное и т. д. продолжая такимъ образомъ включительно до послѣдней низшей мѣры.

Наконецъ къ послѣднему найденному выводу, приписавъ слова, выражающіе его значеніе, получимъ искомое простое именованное число въ мѣлкихъ мѣрахъ, которое и будетъ равно данному сложному.

Такимъ образомъ:

13 пуд. $=$ 520 ф. $=$ 16640 лот. $=$ 49920 зол.
$\frac{1}{3}$ пуд. $+$ $\frac{1}{9}$ ф. $+$ $\frac{3}{5}$ лот. $+$ $\frac{2}{3}$ зол. $=$ 13783 зол.

§ 149.

Превращеніе. *Пусть дано простое число* 5634 *минуты, превратить въ именованное сложное.* Поелику 60 минутъ $=$ 1 часу, то для узнанія, сколько часовъ содержится въ 5634 минутъ, надобно узнать, сколько разъ должно повторить 60, чтобъ призвести 5634 мен. т. е. должно

60 $\times$ *часы* $=$ 5634

слѣд. надобно 5634 раздѣлить на 60. Въ частномъ получимъ 93, въ остаткѣ 54, почему

$$5634 = 93 \text{ час.} + 54 \text{ мин.}$$

Но какъ *сутки* = 24 *час.*, то также, по предъидущему, нахожу, что 24 × *дни* = 93; откуда получаю, что

$$93 \text{ час.} = 3 \text{ дня} + 21 \text{ час.}$$

слѣд.

$$5634 \text{ минуты} = 3 \text{ дня} + 21 \text{ час.} + 54 \text{ мин.}$$

Въ практикѣ все это представляется такъ:

$$\begin{array}{l} \overset{\text{мин.}}{5634} : 60 = \overset{\text{час.}}{93} : 24 = \overset{\text{дн.}}{3} \\ \underline{540} \qquad\quad\;\; \underline{72} \\ \;\;234 \qquad\quad\;\; 21 \text{ часъ} \\ \;\;\underline{180} \\ \;\;\;\;54 \text{ мин.} \end{array}$$

И такъ

$$\overset{\text{мин.}}{5634} = \overset{\text{дн.}}{3} + 21 \text{ час.} + 54 \text{ мин.}$$

Посему для превращенія простаго именованнаго числа, низшаго подраздѣленія, въ сложное именованное, *должно раздѣлить данное число на повтореніе его мѣры, въ мѣрѣ слѣдующаго высшаго подраздѣленія: тогда частное выразитъ смѣшеніе всѣхъ высшихъ членовъ въ одинъ, а остатокъ отдѣлитъ членъ, самаго низшаго подраздѣленія сложнаго именованнаго, который и пишутъ особо, какъ членъ, долженствующій занять въ выводѣ первое мѣсто съ правой руки.* Потомъ *найденное частное дѣлятъ опять на повтореніе его мѣры, въ мѣрѣ* *высшаго подраздѣленія: тогда новое частное покажетъ, по прежнему, смѣшеніе всѣхъ высшихъ членовъ въ одинъ, а остатокъ — число втораго члена, сложнаго именованнаго, почему и пишутъ его съ лѣвой руки отъ найденнаго уже члена, раздѣляя знакомъ (+) и припискою словъ, выражающихъ значеніе каждаго.*

Такимъ же образомъ, вышедшее частное дѣлятъ опять на повтореніе его мѣры, въ мѣрѣ высшаго подраздѣленія; и проч., продолжая это до тѣхъ поръ, пока въ частномъ получимъ число, главной единицы: тогда послѣдній остатокъ пишутъ съ лѣвой стороны, отъ найденныхъ уже предъ симъ остатковъ, а за нимъ — послѣднее частное, раздѣляя ихъ знакомъ (+) и припискою словъ, выражающихъ значеніе каждаго члена; такимъ образомъ и получится искомое, сложное именованное число.

Сколько въ $144721\frac{1}{2}$ золот. содержить лотовъ, фунтовъ и пудовъ? Вычисляю:

зол. зол. ло. ф. ф.

$144721\frac{1}{2} : 3 = 48230 : 32 = 1507 : 40 = 37$ пуд.

12	32	120
24	162	207
24	160	280
7	230	27 фун.
6	224	
12	6 лот.	
12		
$1\frac{1}{2}$ зол.		

и такъ $144721\frac{1}{2}$ зол. $=$ 37 пуд. $+$ 27 ф. $+$ лот. $+$ $1\frac{1}{2}$ зол.

Такимъ же образомъ, *чтобъ узнать, сколько* въ $\frac{1}{4}$ пуд. $+\frac{7}{8}$ ф. $+\frac{1}{2}$ л. $+\frac{1}{9}$ зол. *заключается пудовъ,* то беру $\frac{1}{9}$ зол. и дѣлю на 1 лотъ или 3 зол., къ выводу $\frac{1}{27}$ лот. придаю $\frac{1}{2}$ лот., получаю $\frac{29}{54}$ лот.; $\frac{29}{54}$ лот. дѣлю на 1 фун. или 32 лота, имѣю $\frac{29}{1728}$ фун., куда придавъ $\frac{7}{8}$ фун., нахожу $\frac{12330}{14256}$ фун. Сей выводъ $\frac{12330}{14256}$ фун., дѣлю на 1 пудъ или 40 фун., къ выводу $\frac{12330}{570240}$ пудъ придаю $\frac{1}{4}$ пуд. и наконецъ получаю $\frac{6,09560}{2280960}$ — искомое число пудовъ; что сокративъ на 9 и 4, выйдетъ $\frac{1721}{6386}$ пуд., а помощію приближеннаго вычисленія, получаю

$$\frac{1721}{6336}=\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{12+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{11+\cfrac{1}{2}}}}}}$$

откуда, ограничась двумя приближеніями, имѣемъ

$$\frac{1721}{6336}^{\text{пуд.}}=\frac{2}{7}\text{ пуда.}$$

Прилагаемъ и самое вычисленіе превращенія:

$$\overset{\text{зо.}}{\frac{1}{9}} : 3 = \overset{\text{ло.}}{\frac{1}{27}} ; \overset{\text{л.}}{\frac{1}{27}} + \overset{\text{л.}}{\frac{1}{2}} = \overset{\text{л.}}{\frac{29}{54}}$$

$$\overset{\text{ло.}}{\frac{29}{54}} : 32 = \overset{\text{ф.}}{\frac{29}{1728}} ; \overset{\text{ф.}}{\frac{22}{1728}} + \overset{\text{ф.}}{\frac{7}{8}} = \frac{12330}{14256} \text{ ф.}$$

$$\frac{12330}{14256} : 40 = \overset{\text{пу.}}{\frac{12330}{570240}} ; \overset{\text{пу.}}{\frac{12330}{570240}} + \overset{\text{пу.}}{\frac{1}{4}} = \frac{619560}{2280960} \text{ пуд.}$$

Слѣд.

$$\overset{\text{п.}}{\frac{1}{4}} + \frac{7}{8} \text{ ф.} + \frac{1}{2} \text{ л.} + \frac{1}{9} \text{ зол.} = \overset{\text{пуд.}}{\frac{619560}{2280960}} = \frac{1721}{6336} = \frac{2}{7} \text{ пуд.}$$

И такъ изъ сего примѣра открывается: *чтобы сложное именованное число превратить въ простое высшаго подраздѣленія, то должно: дѣйствіе начать съ самаго низшаго; дѣлить каждый членъ, на число повторенія его мѣры, въ мѣрѣ высшаго подраздѣленія; частное придавать къ высшему члену, какъ однородному съ нимъ; такимъ образомъ и получимъ требуемое.*

Сложеніе и вычитаніе именованныхъ чиселъ.

§ 150.

Сложеніе именованныхъ чиселъ весьма сходно съ сложеніемъ цѣлыхъ чиселъ: а имянно *данныя име-*

нованныя пишутся однѣ подъ другими, такъ чтобы единицы одного рода и одного подраздѣленія были въ одномъ столбцѣ; потомъ *начинаютъ складывать числа самаго нисшаго подраздѣленія*, и если сумма ихъ, меньше единицы непосредственно высшаго разряда, то ее пишутъ подъ чертой внизу столбца; если же равна или болѣе оной, въ такомъ случаѣ на показанномъ мѣстѣ ставится *только то число, которое остается послѣ обращенія, по* (§ 149), *найденной суммы, въ высшій разрядъ,* а то, что получается въ самомъ превращеніи т. е. въ частномъ, удерживается для присовокупленія къ однороднымъ втораго столбца; потомъ переходятъ къ сложенію всѣхъ высшихъ столбцевъ, наблюдая подобное правило:

Пустъ на примѣръ требуется сложить:

154 т.	+	3 ф.	+	7 д.	+	9 л.
23	+	2	+	8	+	11
132	+	5	+	10	+	3
0	+	2	+	7	+	1
311	+	2	+	10	+	0

Складываю сперва линіи и получаю сумму 24, которая болѣе единицы высшаго подраздѣленія, а потому *исключаю* ихъ, дѣля: $24 : 12 = 2$ т. е. 2 дюйма и 0 линій, послѣднія пишутся подъ столбцомъ линій, а 2 дюйма удерживаются для присоединенія къ суммѣ чиселъ дюймовъ, которыхъ во второмъ столбцѣ нахожу 32 и такъ $32 + 2 = 34$ дюйм., что больше единицы высшаго подраздѣленія, почему опять исключаю ихъ, $34 : 12 = 2$ фут. + *ост.* 10 дюймовъ: число 10 дюйм. пишу подъ дюймами, а 2 фунта удерживаю для высшаго подраздѣленія. Изъ третьяго столбца такимъ же образомъ въ суммѣ выходитъ 12 ф., всего же $12+2=14$ фун., а какъ и это больше единицы высшаго подраздѣленія, то дѣлю: $14:6=2$ т. + *ост.* 2 фут.; остатокъ 2 фут. пишу подъ футами, а частное 2 тоаза отношу къ столбцу тоазовъ, которыхъ по этому всего будетъ 311. Вотъ еще примѣры:

24 вер.	+ 150 саж.	+ 2 ар.	+ 0 вер.	2 д.	$+10\frac{7}{13}$	$+42\frac{1}{7}$
0	+ 430	+ 0	+ 10	5	$+\ 9\frac{10}{13}$	$+17\frac{2}{7}$
10	+ 0	+ 2	+ 13	0	+ 21	$+\ 3\frac{3}{7}$
35	+ 81	+ 2	+ 7	8	$+17\frac{11}{13}$	$+\ 2\frac{6}{7}$

§ 151.

Въ вычитаніи именованныхъ чиселъ. Меньшее число пишется подъ большимъ, такъ чтобы члены, одного рода, были однѣ подъ другими, и потомъ *начинается дѣйствіе съ чиселъ низшаго подраздѣленія.* Если, при этомъ вычитаніи, членъ вычитаемаго менѣе уменьшаемаго, въ такомъ случаѣ остатокъ прямо находится *и подписывается, внизу* черты, подъ однородными; если же оно больше, *то занимаютъ, отъ непосредственно высшаго подраздѣленія, единицу, которую, обративъ въ число того рода, надъ коимъ производится вычитаніе, придаютъ къ* *уменьшаемому числу и потомъ вычитаютъ.* Причемъ всегда должно помнить, что число, отъ котораго заимствуемъ, —*уменьшается единицею.* Вотъ примѣръ.

32 ф. +	9 унц. +	15 драх. +	44 гр.
12	+ 15	+ 5	+ 48
19	+ 5	+ 6	+ 26

Поелику не можно вычесть 48 гранъ изъ 44, то занимаютъ отъ 12 драхмъ единицу, которая даетъ 30 гранъ, и потому, придавъ ихъ къ 44, получится 74 грана; и такъ 74 — 48 = 26 и 26, пишется подъ гранами. Потомъ, вычтя 5 драх. изъ 11 находятъ 6 и его пишутъ подъ драхмами. Далѣе: 15 унцовъ нельзя вычесть изъ 9, почему отъ фунтовъ занимаютъ единицу, которая даетъ 12 унцій, что придавъ къ 9, получимъ 21, а вычтя отсюда 15 имѣемъ 6, и такъ остатокъ 6 пишутъ подъ унціями.

Наконецъ, вычтя 12 изъ 31 выходитъ 19, слѣд. остатокъ, отъ вычитанія предложенныхъ именованныхъ чиселъ, будетъ 19 ф. + 6 унц. + 6 др. + 26 гран.

Вотъ еще примѣры:

487 са. +	0 ф. +	0 д. +	0 ли.	17 д. +	17 час. +	47 м. +	5 сек.
319	+ 0	+ 10	+ 10	13	+ 18	+ 55	+ 40
167	+ 1	+ 8	+ 2	3	+ 22	+ 51	+ 25

Декарти родился въ 1596 году 3 Апрѣля, умеръ 1650 года 11 Февраля. Спраш. сколько лѣтъ онъ жилъ? Поелику отъ Р. Х. до смерти Декарти прошло 1640 л.

1 м. 10 дн., до его рожденія 1595 л. 3 м. 2 дн. то; надобно найти разность сихъ количествъ:

1645 лѣт.	1 м.	10 дн.
1599	3	2
53 год.	10 м.	8 дн.

Умноженіе именованныхъ чиселъ.

§ 152.

Умноженіе именованныхъ чиселъ гораздо сложнѣе прежнихъ дѣйствій, и требуетъ болѣе вниманія.

Здѣсь встрѣчаются *два случая:* первой, когда множимое и множитель суть сложныя числа; второй же — когда множимое сложное, а множитель простой.

Первый случай. Если множимое и множитель числа сложныя, тогда ихъ *должно раздробить въ единицы самаго меньшаго подраздѣленія, и одно число помножить на другое, точно какъ цѣлыя; полученное произведеніе превратить въ такое сложное именованное число, которое означено въ выраженіи вопроса,* чемъ и окончится дѣйствіе.

Положимъ, что *вершокъ извѣстное матеріи стоитъ* 65 *коп.* 3 *полуш. и* 1 *шелингъ;* спраш. *цѣна матеріи въ* 5 *ар.* 3 *чет. и* 2 *верш.?*

65 *к.* + 3 *пол.* + 1 *шил.*	527 *шелиг.*
5 *ар.* + 3 *чет.* + 2 *вер.*	94 *вер.*
61 р. 80 + 2 *пол.* + 0.	2104
	4734
	49444 *шелиг.*

Раздробляя каждое изъ предложенныхъ числъ въ простыя мѣры, имѣемъ 527 шелинговъ и 94 верш., кои въ произведенiи даютъ 49444 шелинговъ, что превративъ въ сложное именованное число, найдется 61 р. + 80 к. + 0 пол. Такимъ же образомъ:

$$\overset{\text{п.}}{\frac{3}{7}} \cdot \overset{\text{ф.}}{\frac{5}{8}} = \overset{\text{п.}}{\frac{3}{7}} \cdot \overset{\text{п.}}{\frac{5}{320}} = \frac{15}{2840} \text{ пуда; или}$$

$$\overset{\text{п.}}{\frac{3}{7}} \cdot \overset{\text{ф.}}{\frac{5}{8}} = \overset{\text{ф.}}{\frac{120}{7}} \cdot \overset{\text{ф.}}{\frac{5}{8}} = \overset{\text{ф.}}{\frac{600}{56}} = 10\overset{\text{ф.}}{\frac{20}{23}}$$

Случай II. Если множимое есть именованное сложное а множитель простой, или какое нибудь цѣлое, отвлеченное число, то *произведенiе такого рода чиселъ найдется, когда умножимъ на множителя всѣ части или члены множимаго* (§ 47), *начиная съ нисшихъ, и удерживая при этомъ, единицы высшаго подраздѣленiя, полученныя въ превращенiи изъ нисшихъ, для присоединенiя ихъ къ однороднымъ высшимъ.* На примѣръ:

Пусть требуется умножить 20 лѣт. + 9 м. + 14 дн.
на . . . . $\times$ 6

124 + 8 + 24

Гдѣ, умножая 14 на 6, говорю: 6 разъ 14 дней даютъ 84 дня, что больше единицы высшаго подраздѣленiя, а потому сiи исключаю изъ 84 : 30 = 2 мѣс. + ост. 24 дня; и такъ 24 дня пишу подъ днями, а 2 мѣс. удерживаю для присоединенiя къ произведенiю, составленному изъ мѣсяцевъ, которыхъ выходитъ 6 . 9 = 54 мѣсяц.; слѣд. всего будетъ 54 + 2 = 56, что опять больше единицы высшаго подраздѣленiя, почему: 54 : 12 = 4 год. + ост. 8

мѣс., и 8 мѣсяцовъ ставлю подъ мѣсяцами, а 4 года отношу къ произведенію 20 годовъ на число 6, и имянно $20 \cdot 6 + 4 = 120 + 4 = 124$ года. И такъ произведеніе данныхъ чиселъ есть

124 года + 8 мѣс. + 24 дня.

Для умноженія предлагаемъ еще примѣръ:

$$\begin{array}{r}
2\frac{1}{3}\text{ ст.} + 19\frac{1}{6}\text{ дес.} + 15\frac{1}{12}\text{ лис.} \\
12 \\
\hline
37 \quad + 21 \quad + 18.
\end{array}$$

Дѣленіе именованныхъ чиселъ.

§ 153.

Въ дѣленіи именованныхъ чиселъ разсматриваются также два главныхъ случая, и каждый имѣетъ двѣ одинакія *перемѣны*; первый: *когда дѣлимое и дѣлитель одного рода, въ отношеніи къ главной ихъ единицѣ*, и притомъ а) *когда дѣлимое будетъ сложное именованное, а дѣлитель — простое*; или ƀ) *оба сложныя*.

Второй случай: *когда дѣлимое и дѣлитель разныхъ родовъ*, и притомъ а) *дѣлимое будетъ сложное, а дѣлитель — простое*, или ƀ) *оба сложныя*.

Третій случай: какъ дѣлятся *простыя именованные числа между собою, уже былъ предложенъ въ* § 56, 57, 58, 59 и 60.

Первый случай. Когда дѣлимое и дѣлитель одного рода и первое есть сложное именованное, а второе простое или сложное, то въ обѣихъ перемѣнахъ *для раздѣленія, должно данныя числа раздробить въ единицы самаго низшаго подраздѣленія, и потомъ дѣлить какъ цѣлыя.* При томъ помнить, что если требованіемъ вопроса исчеться простое содержаніе одной мѣры въ другой, т. е. число отвлеченное, въ такомъ разѣ, полученное частное, выраженное смѣшанною дробью, прямо удовлетворяетъ требованію; если же требуется количество какой-либо вещи, коей единичное достоинство дано, *то остатокъ дѣлимаго раздробляется въ слѣдующія низшія подраздѣленія, разнородныя, и съ дѣлимымъ и съ дѣлителемъ; каждый родъ раздробленія дѣлится на даннаго дѣлителя, чрезъ что частное изобразится составнымъ числомъ, показывающимъ эту вещь въ именованной дробной величинѣ.*

Объяснимъ это примѣрами:

1. Положимъ, что требуется знать, сколько въ 40 саж. + 2 арш. + 3 верш. помѣщается 18 сажень?

Раздробивъ оба данныя въ вершки имѣемъ для дѣлимаго 3555 верш., для дѣлителя 864 вер:, слѣд.

$$3555:864=4\frac{99}{864} \text{ раза.}$$

2. Найти восколько разъ 120 стопъ + 12 дес. + 9 лис. больше 7 ст. + 16 дес. + 19 лист?

Раздробивъ оба члена въ листы, для дѣлимаго имѣемъ 57897 лист., для дѣлителя 3763 листа; слѣд.

$$57897:3763=15\frac{1452}{3763}=\text{почти } 15\frac{1}{4} \text{ разъ больше.}$$

Дробь $\frac{1}{4}$ взята по приближенію.

3. Но если спрашивается: сколько сажень, нѣкоторой работы, можно сдѣлать за 2782 руб. 75 коп. 1 пол., которой одна сажень стоитъ 47 р., 19 коп. и 3 полушки.

То разсуждаю такъ: когда бы требуемое число сажень было извѣстно, то, умножая цѣну сажени на 47 руб. 19 коп. 3 полуш., мы получили бы 2782 руб. 75 коп. 1 полуш. Откуда понятно (§ 56 и 57), что послѣднее число должно раздѣлить на первое; и такъ
2782 р. + 75 к. + 1 пол. : 47 р. + 19 к. + 3 полуш., раздробивъ оба члена въ полушки, имѣемъ

$$1113101 : 18879 = 58 \text{ саж.} + 2 \text{ ар.} + 3 \text{ чет.} + 8\frac{4}{9} \text{ вер.}$$

```
 94395
169151
151012
 18138
     3
 54414
 37758
 16656
     4
 66624
 56628
  9996
    16
 59976
  9996
159936
151032
  8904
```

$$\frac{8904}{18879} = \text{почти } \frac{4}{9}$$

Раздѣляя по обыкновенному нашли въ частномъ 58 саж. въ остаткѣ 18138, почему могли бы сказать, что за 2782 р. 75 к. 1 полуш. можно сдѣлать 58 $\frac{18138}{18879}$ сажня; но лучше для большей ясности дробь $\frac{18138}{18879}$ саж. раздробить въ аршины, т. е. повторить 3 раза, или все тоже числителя 18138, который въ выкладкѣ представляетъ остатокъ дѣлимаго, умножить на 3 и произведеніе 54414 раздѣлить на знаменателя или дѣлителя 18879, въ частномъ получимъ 2 $\frac{16656}{18879}$, изъ чего 2 арш. приписываю въ частномъ по правую сторону, найденныхъ саженъ съ знакомъ $+$, а дробь $\frac{16656}{18879}$ по предъидущему, раздробляю въ четверти, умноженіемъ числителя на 4. Произведеніе 66624 дѣлю на знаменателя 18879 чрезъ что получается 3 четв. и остатокъ 9996 или $\frac{9996}{18879}$; изъ этой дроби, подобнымъ прежнему образомъ, по умноженіи на 16 верш., въ частномъ найдется $8\frac{4}{9}$ вершк. (здѣсь $\frac{4}{9}$ вычислено по приближенію). И такъ за 2782 р. 75 к. 1 полуш. можно сдѣлать

$$58 \text{ саж.} + 2 \text{ ар.} + 3 \text{ чет.} + 8\frac{4}{9} \text{ вершка}$$

извѣстной работы.

Прибавленіе. Если дѣлимое будетъ простое именованное число, а дѣлитель сложное, то оба раздробляются какъ и прежде въ низшія подраздѣленія; когда же дѣлимое и дѣлитель будутъ простыя, но одно изъ нихъ есть выраженіе главной единицы, а другое — его подраздѣленія, то первое раздробляется въ родъ втораго, а второе остается при своемъ значеніи. Такъ, чтобъ раздѣлить 10 пудовъ на 4 фунт. то 19 пудъ раздробляю въ фунты, и нахожу 400 фун. что дѣлю на 4 фун., и въ частномъ получаю 100 фун. или 2 пуд. + 20 фун.

§ 154.

Втораго случая, — первая перемѣна: когда дѣлимое и дѣлитель разнаго рода, и первое есть именованное сложное, а второе *простое, въ такомъ случаѣ дѣлитель разсматривается какъ число отвлеченное; и на него дѣлимое раздѣляется по частямъ, или все равно по членно, начиная дѣйствіе съ чиселъ самаго высшаго подраздѣленія; притомъ помнить, что всякій разъ, по совершеніи дѣленія, остатокъ каждаго члена раздробляется въ слѣдующія низшія мѣры, для чего къ выводу прибавляется и однородный членъ дѣлимаго, а въ частномъ, особый родъ чиселъ раздѣляется знакомъ (+) и припискою словъ, выражающихъ его степень или значеніе.* Въ этомъ случаѣ частное всегда однородно съ дѣлимымъ. Для объясненія предлагаемъ примѣръ:

Положимъ, что спрашивается цѣна сажени извѣстной работы, если за 568 саж. оной, заплачено 25.469 р. 19 к. 3 ден.

Если бы цѣна сажени была извѣстна, то умножая ее на 568 получили бы 25469 р. 19 к. 3 пол.; слѣд. очевидно, что это число, должно раздѣлить на 568; и такъ

$$\frac{25469\ р. + 19\ к. + 3\ п.}{568} = \frac{25469\ р.}{568} + \frac{19\ к.}{568} + \frac{3\ п.}{568}\ \text{или} =$$

$$(25459\ р. + 19\ к. + 3\ пол.) : 568 = 44\ р. + 84\ к. + \frac{3}{5}\ пол.$$

$$\begin{array}{r}
2272 \\ \hline
2749 \\
2272 \\ \hline
477 \\
100 \\ \hline
47700 \\
19 \\ \hline
47719 \\
4544 \\ \hline
2279 \\
2272 \\ \hline
6 \\
4 \\ \hline
24 \\
3 \\ \hline
27
\end{array}$$

$$\frac{27}{568} = \text{почти}\ \frac{3}{5}\ \text{полуш.}$$

Взявъ членъ $\frac{25469}{568}$ р., и исключивъ цѣлое число, въ частномъ получаемъ 44 руб., въ остаткѣ 477, почему могли бы частное вообще выразить чрезъ $44\frac{477}{568}$ руб.; но для большей ясности $\frac{477}{568}$ р. раздробляемъ въ копѣйки т. е. $\frac{477}{568}$ должно повторить 100 разъ или числителя 477, который въ выкладкѣ представленъ остаткомъ дѣлимаго, умножить на 100 и къ произведенію 47700 коп. прибавить, однородный членъ дѣлимаго 19 коп.; это все тоже, если къ дроби $\frac{47700}{568}$ к. придадимъ $\frac{19}{568}$ коп. $=$ $\frac{47719}{568}$ коп. Выводъ 47719 коп., раздѣлимъ на 568 и въ частномъ находимъ 84 коп., въ остаткѣ 6, т. е. $\frac{6}{568}$ коп.; эту дробь раздробляемъ въ полушки, по коему выходитъ $\frac{24}{568}$ полуш., куда придавъ однородный членъ дѣлимаго, 3 полуш., имѣемъ $\frac{27}{568}$, или все тоже получимъ, если остатокъ дѣлимаго 6, содержащійся въ выкладкѣ, умножимъ на 4 и къ произведенію 23 придадимъ 3 полуш., отъ чего выйдетъ 27 полуш, но какъ ихъ уже на 568 невозможно раздѣлить, то частное изображаемъ дробью: $\frac{27}{568}$ полуш., которая по приближенію равна $\frac{3}{5}$ полуш. Итакъ искомое частное, или все равно, цѣна одной сажени, извѣстной работы, стоитъ:

$$44 \text{ р.} + 84 \text{ к.} + \frac{3}{5} \text{ полуш.}$$

Вторая перемѣна. Если же разнородныя: дѣлимое и дѣлитель будутъ сложныя, въ такомъ случаѣ или *оба члена раздробляются въ числа самаго низшаго подраздѣленія*, (если условіемъ вопроса единичное требованіе выражено въ мелкомъ подраздѣленіи), или *данныя числа превращаются въ самую главную, высшую единицу* (если единичное требованіе выражено крупною мѣрою); *и потомъ дѣлятся: въ первомъ случаѣ, какъ цѣлыя числа и частное, означенное смѣшанною дробью и припискою словъ, пока-*

зывающихъ степень его, прямо удовлетворяетъ трерованію; во второмъ же: дѣлятся какъ дроби; при этомъ раздробляютъ остатокъ дѣлимаго въ низшія подъраздѣленія, и находятъ изъ него сложное частное, по правилу, изложенному въ первомъ случаѣ.

Вотъ примѣръ. Куплено 258 пуд. 11 ф. 7 лот. 2 зол., нѣкотораго товара, за 3259 р. 17 к. 2 пол. Спр. сколько должно заплатить за *золотникъ* того же товара?

Раздробивъ, первое изъ данныхъ чиселъ въ золотники, а второе въ полушки имѣемъ тотъ же вопросъ въ другомъ видѣ; а именно: *куплено* 991797 золот., *нѣкотораго товару* за 1303668 *полуш. Спр. что должно заплатить за одинъ золот.?*

На основаніи общихъ правилъ дѣленія, второе число должно раздѣлить на первое:

$$1303668 : 991797 = 1\,\frac{311861}{991797} = \text{почти } 1\frac{5}{16} \text{ полуш.}$$

Если же бы требовалось, изъ предложеннаго вопрса, найти: чего стоитъ *пудъ извѣстнаго товару*, въ такомъ разѣ должны были бы данныя числа превратить въ главныя ихъ единицы; и чрезъ такое дѣйствіе нашли бы: для дѣлимаго $3259\,\frac{7}{40}$ руб., для дѣлителя $258\,\frac{1079}{3840}$ пуд.; и, по общимъ правиламъ дѣленія дробей, получили бы

$$3259\,\frac{7}{40} : 258\,\frac{1079}{3840} = \frac{130367}{40} : \frac{991799}{3840} = \frac{500609280}{29671960} \text{ руб.};$$

или, исключая изъ неправильной дроби цѣлыя, имѣли бы

$$500609280 : 39671960 = 12 \text{ р.} + 61 \text{ к.} + 3\frac{1}{2} \text{ пол.}$$

$$\begin{array}{r}
3967196 \\ \hline
10388968 \\
7934332 \\ \hline
2454576 \\
100 \\ \hline
245457600 \\
23803176 \\ \hline
7425840 \\
3967196 \\ \hline
3458644 \\
4 \\ \hline
13834576 \\
11301582 \\ \hline
\end{array}$$

$$\frac{1932988}{3967196} = \text{почти } \frac{1}{2} \text{ полуш.}$$

Впрочемъ, это самое можно найти и такимъ образомъ: опредѣливъ по первому рѣшенію, что за 1 зол. должно заплатить $1\frac{5}{16}$ полуш., разсуждаемъ такъ: поелику 1 золот. стоитъ $1\frac{5}{16}$ полуш.; то 3 зол. или 1 лотъ стоятъ въ 3 раза больше или

$$\left(1\frac{5}{16}\right) \cdot 3 \text{ полуш.}$$

Точно также найдемъ, что за 1 фун. или 32 лота должно заплатить

$$\left(1\frac{5}{16}\right) \cdot 3.32 \text{ полуш.},$$

а за одинъ пудъ

$$\left(1\frac{5}{16}\right) \cdot 3.32.40 \text{ полуш.}$$

Слѣд., чтобъ отсюда опредѣлить копѣйки и рубли, то найденный выводъ полушекъ, по общимъ правиламъ, должно превратить въ копѣйки и рубли, раздѣливъ оный, на 4 и 100; и такъ

$$\left(1\frac{5}{16}\right)\cdot\frac{3.32.40}{100.4}\text{ руб.}=\left(1\frac{5}{16}\right)\cdot\frac{3.6.2}{5}\text{ р.}=12\text{ р. }60\text{ к.}$$

Неудивительно, что этотъ выводъ меньше противъ перваго, на 1 коп. и $3\frac{1}{2}$ полуш.; причина этому та, что дробь $\frac{5}{15}$ нами взята по приближенію.

§ 155.

Послѣ предложенныхъ правилъ легко умножать и дѣлить сложно именованное число на дробь; и имянно, въ первомъ случаѣ *данное именованное, должно умножить на числителя* (§ 152) *и произведеніе раздѣлить на знаменателя* (§ 154). Такъ чтобъ умножить 25 год. + 8 м. + 7 д. на $\frac{3}{4}$

$$\begin{array}{l} 25\text{ год.} + 8\text{ м.} + 7\text{ дн.} \\ \qquad\qquad 3 \\ \hline \end{array}$$

$$77\text{ год.} + 0\text{ м.} + 21\text{ день} : 4 = 19\text{ год.} + 3\text{ м.} + 5\frac{1}{4}\text{ дн.}$$

то 25 год. + 8 м. + 7 дн., умноживъ на 3 и произведеніе 77 год. + 0 м. + 21 дн., раздѣливъ на 4, въ частномъ нахожу 19 г. + 3 м. + $5\frac{1}{4}$ дн.

Но дабы раздѣлить сложное именованное число на дробь, *должно помножить его на знамена-*

теля и произведеніе раздѣлить на числителя (§ 103).

Такъ, чтобъ раздѣлить 24 вер. + 250 саж. + 2 арш. на $\frac{2}{3}$, то должно . . . . 24 вер. + 250 с. + 2 ар.
умножить на 3

и произведеніе . . . . 73 вер. + 252 с. + 0 ар.
раздѣлить на 2, отъ чего получается 36 вер. + 376 с.

Прибавленіе. Когда бы требовалось сложное именованное число умножить, или раздѣлить на смѣшанную дробь, то надлежало бы послѣднюю привести въ неправельную, а потомъ поступить какъ сказано выше.

§ 156.

Теперь перейдемъ къ извлеченію корней изъ сложныхъ именованныхъ чиселъ. Въ § 117 видѣли, что когда корень помножается на данное число, тогда радикалъ его помножается уже на квадратъ множителя, и этимъ уравниваются, между собою, оба числа въ тожествѣ; слѣд. данный корень, состоящій изъ разныхъ порядковъ единицъ, для раздробленія его въ мѣлкія мѣры, должно, на основаніи сего, помножить, по общимъ правиламъ, на простыя подраздѣленія главной единицы (§ 148), а для раздробленія *сложнаго именованнаго радикала*, этого корня, — помножить каждый членъ его, уже на квадратъ тѣхъ же подраздѣленій; для того, чтобъ радикалъ сдѣлать соотвѣтствующимъ своему корню, или обратно, чтобъ *искомый корень*, въ вычисленіи, соотвѣтствовалъ дѣйствительной величинѣ даннаго ради кала. Далѣе, если мы, помножая данный радикалъ на квадраты подраздѣленій, въ корнѣ прямо получаемъ части въ мѣлкихъ мѣрахъ, какъ бы выведенныя изъ непосредственнаго раздробленія самаго корня, по общимъ правиламъ § 148: то, и обратно, для превращенія этихъ частей корня въ крупныя, должно дѣлить ихъ на всѣ простыя (но не квадратныя) подраздѣленія, начиная съ самаго низшаго (§149). И такъ, изъ всего сказаннаго, выводимъ *общее правило*: чтобъ извлечь квадратный корень изъ сложнаго именованнаго числа, *то вопервыхъ, должно это число раздробить въ самыя мѣлкія части, помножая его на квадраты всѣхъ подъраздѣленій, главной единицы, начиная съ высшаго; изъ произведенія извлечь квадратный корень, какъ изъ простаго числа; и полученный выводъ, превратить въ крупныя мѣры, по общимъ правиламъ* § 149. На примѣръ:

$$\sqrt{1 \text{ са.} + 46 \text{ ф.} + 9 \; \partial.}$$

$$\begin{array}{l} 49 \\ \hline 49 \\ 46 \\ \hline 95 \times 12' = 13680 \\ \qquad\qquad\qquad\quad 9 \end{array}$$

$$\sqrt{13689} = 117 \text{ д.} = 1 \text{ с.} + 2 \text{ ф.} + 9 \; \partial.$$

2. Изъ выведеннаго правила слѣдуетъ обратное: чтобъ возвысить въ квадратъ именованное число, то должно, вопервыхъ, раздробить его въ мѣлкія мѣры по § 148; потомъ возвысить въ квадратъ, какъ простое число; и на конецъ, полученный выводъ, превратить въ крупныя

мѣры, дѣля его на квадраты всѣхъ подраздѣленій главной единицы, начиная съ самаго низшаго. Такъ:

$(1\ с. + 2\ ф. + 9\ д)^2 = (117)^2 = 13689 = 1\ с. + 46\ ф.\ 3\ д.$

Здѣсь дѣлители, числа 13689, превращающіе его въ 1 с. + 4 6 ф. + 9 *д*, суть 12^2 дюйм. и 7^2 футовъ.

3. При извлеченіи кубичныхъ корней тоже правило, какое при извлеченіи квадратныхъ, — съ тѣмъ только добавленіемъ, что каждый родъ чиселъ умножается не на квадратъ, а *на кубъ содержанія низшей мѣры, въ высшей.* Такъ, раздробляя сажени въ футы, должно помножать сажени не на 7^2, но на кубъ 7 или $7^3 =$ 343 и проч.

4. При возвышеніи въ кубъ именованнаго числа, должно наблюдать тотъ же ходъ, какой показалъ при возвышеніи въ квадратъ, дѣля только, полученный въ корнѣ выводъ, на кубы всѣхъ подраздѣленій, начиная съ низшаго.

ГЛАВА ВТОРАЯ.

Приложеніе простыхъ уравненій къ разрѣшенію практическихъ вопросовъ.

ОТДѢЛЕНІЕ I.

Объ уравненіяхъ вообще.

§ 157.

1. Въ каждомъ уравненіи данныя количества изображаются числами или первыми буквами латинской азбуки: a, b, c, d, и проч., а искомыя послѣдними буквами x, y, z и проч.

Ежели въ уравненіи только неизвѣстное или искомое количество изображено одною изъ буквъ x, y, z, а всѣ данныя — числами, то оно называется *числовымъ*, когда же и данныя количества, всѣ или нѣкоторыя, представлены буквами, то уравненіе будетъ *литеральное*. Такъ $2x - \frac{3}{5} = x + 2$ есть числовое; $2ax - 5 + 47b = x$ — литеральное; при томъ, въ первомъ урав. $2x - \frac{3}{5}$, во второмъ $2ax - 5 + 47b$ есть первая часть, $ax + 2$ и x — вторая; $2x$, $\frac{3}{5}$, x и 2 суть *члены* перваго уравненія, $2ax$, 5, $47b$ и x — члены втораго.

2. Каждое уравненіе, какъ бы оно по наружному виду не казалось сложно, но если только можемъ привести его къ виду

$$A + x = B \ (\S\ 20), \text{ или}$$
$$A x = B \ (\S\ 36), \text{ или}$$
$$A x^n = B \ (\S 72{,}4), \text{ или}$$
$$A^x = B \ (\S 129)$$

то оно есть *простое*, а слѣд. и должно разсматриваться въ Ариѳметикѣ (см. предис. и § 1). Такъ уравненія

$$\frac{n}{m}x + \frac{1}{3}x - \frac{1}{p}x + \ldots\ldots = a + b + c + \ldots\ldots,$$

$ax^n + bx^n + cx^n + \ldots\ldots = d + e + f\ldots\ldots$, суть простыя; ибо изъ перваго, по § 47, получимъ $\left(\frac{n}{m} + \frac{1}{3} - \frac{1}{p}\ldots\right) x = a + b + c + \ldots\ldots$, гдѣ всегда можемъ положить, что $\frac{n}{m} + \frac{1}{3} - \frac{1}{p} + \ldots = A$, $a + b + c + \ldots = B$, отъ чего имѣемъ $A x = B$. Изъ втораго также $ax^n + bx^n - cx^n\ldots = (a + b - c)\, x^n$, при томъ $a + b - c\ldots\ldots = A$, $d + e + f\ldots\ldots = B$, слѣд. опять $A x^n = B$.

Уравненіе $A x = B$ рѣшается по общимъ правиламъ дѣленія, а уравненіе $A x^n = B$ чрезъ логариѳмы, если x^n выше третьей степени, въ противномъ же случаѣ чрезъ извлеченіе корней. Вообще *простое уравненіе имѣетъ одно искомое, хотя данныхъ при немъ можетъ быть много.*

3. Напротивъ, уравненія со многими данными и многими искомыми какъ

$$16x - 3y = 7,$$
$$Ax + By = c,$$

также

$$Ax^2 + Bx + c = o,$$

и вообще

$$Ax^n + Bx^{n-1}Cx^{n-2} + \dots\dots + Sx + K = o,$$

данныя въ нихъ 16, 3, 70, A, B, C, S, ... искомыя x, y, x_1, x_2 x_3, ... x_n, суть уравненія *сложныя*, которыя, какъ уже легко приметить, выходятъ изъ предѣловъ Ариѳметики, ибо не одно изъ нихъ неможетъ быть приведено къ виду $+x = B$, или $Ax = B$, или $Ax^n = B$, или $^x = B$.

§ 158.

Разрѣшить уравненіе значитъ величину неизвѣстнаго количества выразить посредствомъ данныхъ такъ, чтобъ величина сія, будучи вставлена въ уравненіе, удовлетворяла ему. Напримѣръ, въ уравненіи

$$Ax = B$$

по § 41, x какъ искомый производитель, будетъ $x = \frac{B}{A}$. Сею величиною x данное уравненіе ***разрѣшается:*** ибо, когда вставивъ ее въ уравненіе $Ax = B$, тогда получимъ

$$A \times \frac{B}{A} = B.$$

Въ этомъ правилѣ заключается общій способъ рѣшенія простыхъ уравненій, что можно видѣть изъ нижеслѣдующаго.

Возмемъ уравненіе

$$\frac{ax}{n} - c\left(b - \frac{n}{c}x\right) = \frac{q}{m}x + b\left(x - \frac{d}{c}\right).$$

Для рѣшенія сего уравненія должно:

1). *Развернуть скобки*, т. е. представить безъ скобокъ, неперемѣняя смысла. Это производится по правиламъ § 47, и имянно:

$$\frac{ax}{n} - cb + \frac{cn}{c}x = \frac{q}{m}x + bx - \frac{db}{c}.$$

Чтобъ понять причину, отъ чего количество $-\left(b - \frac{n}{c}x\right)c$, по развернутіи скобокъ обратилось въ $-cb + \frac{ncx}{c}$, также, почему $+ b\left(x - \frac{d}{c}\right) = + bx - \frac{bd}{c}$, то должно замѣтить слѣдующія общія правила:

а). *Произведеніе положительнаго количества на отрицательное, и отрицательнаго на положительное всегда бываетъ отрицательное.*

б). *Произведеніе отрицательнаго количества на отрицательное, и положительнаго не положительное всегда бываетъ положительное.* Для доказательства сихъ правилъ (a) и (b), возмемъ тожественное выраженіе

$$n(-b) = n(-b),$$

которое показываетъ, что отрицательное количество $-b$ повторяется n разъ, и потому произведеніе его непремѣнно будетъ $-nb$, т. е.

$$n(-b) = -nb \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (1)$$

Но произведеніе не перемѣняется отъ перемѣны порядка производителей; и такъ если въ выраженіи (1) количество $+n$ *заведемъ* въ скобки, а $(-b)$ *выведемъ* изъ скобокъ, то получимъ

$$-b(+n) = -nb \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (2).$$

И такъ эти два выраженія (1) и (2) доказываютъ правило (а).

Поелику же

$$-nb = n(-b),$$

то перенеся $n(-b)$, въ первую часть, съ противнымъ знакомъ § 23, получимъ

$$-nb - n(-b) = 0,$$

перенеся же $-nb$, во вторую часть, будетъ

$$-n(-b) = +nb \ldots\ldots\ldots (3)$$

Наконецъ произведеніе отъ $+n \times (+b)$, само собою разумѣется будетъ $+nb$, ибо положительное количество $+b$ здѣсь повторяется n разъ; и такъ

$$+n(+b) = +nb \ldots\ldots\ldots (4)$$

Послѣднія два выраженія (3) и (4) доказываютъ правило (б). Вообще $+ \times - = -$, $- \times + = -$, $- \times - = +$, и $+ \times + = +$.

На основаніи сихъ двухъ правилъ, имѣемъ

$$-c \times \left(b - \frac{nx}{c}\right) = -cb + \frac{ncx}{c};$$

$$+b \times \left(x - \frac{d}{c}\right) = +bx - \frac{bd}{c}.$$

И обратно, если пожелаемъ, чтобъ одинъ какой либо знакъ, или множитель, или дѣлитель, относился ко всему составному количеству, т. е. чтобъ былъ общимъ, тогда послѣднее *заключаемъ въ скобки*, а первое ставимъ за скобками. Для этого должно общій множитель, или дѣлитель а.) *взять отрицательнымъ*, когда первый членъ составнаго количества начинается съ знака (—), и въ тоже время во всемъ составномъ — переменить знаки: гдѣ стоитъ предъ членомъ $+$, тамъ поставить —, а гдѣ —, тамъ $+$. Такъ, $-nb+nc-n\frac{d}{c}=-n\left(b-c+\frac{d}{c}\right)$. Или b) общій множитель или дѣлитель должно взять положительнымъ, когда первый членъ составнаго начинается съ знака ($+$), и въ такомъ случаѣ знаки членовъ остаются безъ перемѣны. Такъ

$$\frac{n^2}{m}c-\frac{n^2}{m}b+\frac{n^2}{m}d-\frac{n^2}{m}p=\frac{n^2}{m}(c-b+d-p)$$

Необходимость такихъ условій, требуетъ обратное дѣйствіе — *развернутіе скобокъ*.

2). *Уничтожить знаменателей.* Для сего всѣ члены уравненія помножаются на общаго знаменателя дробей; ибо равенство неперемѣняется, когда *умножимъ* (или *раздѣлимъ*) обѣ части уравненія на одно и тоже число § 6, 4. Такъ, въ предложенномъ примѣрѣ гл. 1. общій знаменатель будетъ n.m.c или nmc, помноживъ на него всѣ члены уравненія, получимъ

$$\frac{anmcx}{n}-nmc^2b+ncm^2x=\frac{mncq}{m}x+nmcbx-\frac{nmcbd}{c}$$

и по сокращеніи

$$amcx-nmc^2b+ncm^2x=mcqx+nmcbx-nmbd$$

3). *Неизвѣстные члены перенести въ одну часть, а извѣстные въ другую*: первые обыкновенно переносятся въ первую, а вторые — во вторую часть. Для сего должно въ переносимыхъ количествахъ переменить знаки, т. е. $+$ изменить на —, а — на $+$ (§ 23). Въ нашемъ уравненіи должно изъ первой части перенести во вторую — nmc^2b, а изъ второй — въ первую + $ncqx$ и + $nmcbx$, и потому будетъ

$$amcx + ncm^2x - ncqx - nmcbx = nmc^2b - nmbd.$$

Чтобъ пояснить причину этого правила, то должно прикладывать или вычитать одинаковые члены къ обѣимъ или изъ обѣихъ частей; ибо равенство непремѣняется, ежели *придадимъ* къ обѣимъ частямъ, или *вычтемъ* изъ обѣихъ частей одно и тоже число § 6, 4. Первый случай употребляется, когда переносимое количество съ знакомъ (—), а вторый, — когда съ знакомъ (+). Въ предложенномъ примѣрѣ должно къ обѣимъ частямъ придать nmc^2b, и отъ обѣихъ частей отнять $ncqx$ и $nmcbx$; и такъ во первыхъ къ уравненію члена 2

$$amcx - nmc^2b + ncm^2x = ncqx + nmcbx - nmbd,$$

придавъ nmc^2b nmc^2b

получимъ $amcx + ncm^2x = nmc^2b + ncqx + nmcbx - nmbd.$

Потомъ изъ сего отнявъ

$$ncqx + nmcbx = ncqx + nmcbx$$

выйдетъ $amcx + ncm^2x - ncqx - nmcbx = nmc^2b - nmbd.$

И такъ, это уравненіе одинаково съ полученнымъ выше, а этого мы и доказать желали.

Показанное объясненіе даетъ слѣдующія, весьма употребляемыя, правила:

а). *Вычесть положительное количество значитъ приписать его величину къ уменьшаемому съ знакомъ* (—), а въ вычисленіи поступить по общимъ правиламъ вычитанія, когда уменьшаемое съ знакомъ (+); или по правиламъ сложенія, когда оно съ знакомъ (—). Напримѣръ, чтобъ изъ 10 вычесть + 5, то пишу

10 — 5, а потомъ, вычисляя, нахожу 5; если же требуется изъ — 10 вычесть + 5, то будетъ: — 10 — 5 = — ….. ; $-1 \times (10+5) = -1 \times (15) = -15$.

Ѣ). *Вычесть отрицательное количество значитъ придать его величину къ уменьшаемому* и въ вычисленіи поступить по общимъ правиламъ сложенія, ежели уменьшаемое съ знакомъ (+); или по общимъ правиламъ вычитанія, когда съ знакомъ (—). Такъ, чтобъ изъ 9 вычесть (— 3), то имѣемъ $9+3=12$, но чтобъ изъ (—9) вычесть (—3), то будетъ $-9+3=-6$. Вообще при вычитаніи количествъ, во первыхъ *должно въ вычитаемомъ перемѣнить знакъ*: + *измѣнить на* —, *а* — *на* +.

4). *Неизвѣстные и извѣстные члены соединить въ два члена.* Такъ, изъ уравненія, на коемъ мы остановились, по § 47, имѣемъ

$$c.\ (am + nm^2 - nq - nm\text{ѣ})\ x = nm\text{ѣ}\ (c^2 - d)$$

Это выраженіе имѣетъ тотъ видъ, о которомъ упомянули въ § 157, 2, ибо всегда можемъ принимать, что $c(am + nm^2 - nq - nm\text{ѣ}) = A$, $nm\text{ѣ}\ (c^2 - d) = B$ и потому будетъ

$$Ax = B, \text{ откуда } x = \frac{B}{A}.$$

Или въ результатъ x, подставивъ, обратно на мѣсто A и B, найденныя имъ равныя, получимъ

$$x = \frac{nm\text{ѣ}\ (c^2 - d)}{c(am + nm^2 - nq - nm\text{ѣ})}$$

Этою величиною x данное уравненіе удовлетворяется.

Примѣръ.

Разрѣшить числовое уравненіе

$$5x + 58 - \frac{4}{3}x + 7(x - 10) = 18 + \frac{2x}{3} - 4(x - 10)$$

По первому правилу находимъ

$$5x + 58 - \frac{4}{3}x + 7x - 70 = 18 + \frac{2x}{3} - 4x + 40$$

по второму:

$$15x + 174 - 4x + 21x - 210 = 54 + 2x - 12x + 120$$

по третьему:

$$15x - 4x + 21x - 2x + 12x = 54 + 120 - 174 + 210$$

по четвертому:

$$42x = 210, \text{ отсюда}$$

$$x = \frac{210}{42} = 5.$$

Эта величина удовлетворяетъ данному уравненію; имянно для первой части будетъ

$$5x + 58 - \frac{4}{3}x + 7(x - 10) = 25 + 58 - \frac{20}{3} + 7(-5)$$

$$= 83 - 35 - \frac{20}{3} = 41\frac{1}{3},$$

для второй

$$18 + \frac{2x}{3} - 4(x - 10) = 18 + \frac{10}{3} + 20 = 41\frac{1}{3}$$

Общее замѣчаніе. Въ разрѣшенномъ уравненіи, мы согласно 3 правила, неизвѣстные члены перенесли въ первую, а извѣстные во вторую часть, отъ чего и получили $x = 5$; но если бы не извѣстные перенесли во вторую, а извѣстные въ первую, тогда бы нашли $-x = -5$; изъ сего слѣдуетъ, что этотъ выводъ однозначителенъ съ первымъ $x = 5$; въ самомъ дѣлѣ, въ выводѣ $-x = -5$ перенеся $-x$ во вторую, а -5 въ первую часть, съ противнымъ знакомъ, будетъ $5 = x$, или $x = 5$.

§ 159.

Изъ предложеннаго видно, что значащій правила, изложенныя въ первой и второй части Ариѳметики, невстретитъ почти ни какихъ затрудненій въ разрѣшеніи данныхъ простыхъ уравненій. Но для составленія уравненій, изъ предложенныхъ вопросовъ, потребенъ навыкъ въ соображеніи отношеній между данными и искомыми количествами; начинающіе затрудняются здѣсь болѣе потому, что для сихъ соображеній нельзя дать опредѣленныхъ и общихъ правилъ, попричинѣ разнообразія вопросовъ. Относительно сего предмета можно предложить одно только общее замѣчаніе: *должно почитать задачу рѣшимою, и потомъ, обозначая извѣстныя количества цыфрами или первыми буквами латинской азбуки, а неизвѣстное послѣднею буквою, — производить надъ ими тѣ же самыя сужденія и дѣйствія, которыя надлежало бы здѣлать для повѣрки величины неизвѣстной, если бы эта величина была дана.* Обозначая такимъ образомъ повѣрку, получимъ два выраженія по виду различныя, а посущности вопроса совершенно равныя, содержащія въ себѣ свойство неизвѣстной; почему эти два выраженія и соединяютъ знакомъ равенства, и такимъ образомъ имѣютъ *уравненіе* задачи. Приложимъ эти правила къ слѣдующимъ задачамъ.

1. *Найти число, коего половина, треть и четверть, сложеная въ 45 дастъ 448?*

Пусть будетъ x искомое число, то $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{3}$, $\frac{x}{4}$, будутъ означать половину, треть и четверть сего числа. Но по условію эти три части, сложенныя съ 45 должны составить сумму 448; и такъ задача выражается слѣдующимъ уравненіемъ:

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+45=448.$$

Откуда, по второму правилу, будетъ

$$6x+4x+3x+540=5376$$

по третьему:

$$6x+4x+3x=5376-540$$

по четвертому

$$13x=4836;\ \text{и}\ x=\frac{4836}{13}=372.$$

Въ самомъ дѣлѣ

$$\frac{372}{2}+\frac{372}{3}+\frac{372}{4}+45=186+124+93+45=448.$$

Подобныя задачи, въ обыкновенныхъ Ариѳметикахъ, рѣшаются *правиломъ ложнаго положенія*; изъ этого примѣра видно, какъ легко рѣшать эти задачи при настоящемъ изложеніи Ариѳметики.

2. *Нѣкто нанялъ работника на* 48 *дней, съ тѣмъ условіемъ, чтобъ за рабочій день платить ему по* 120 *коп., а за празный день вычитать у него* 60 *коп. за прокормленіе, по прошествіи* 48 *дней работникъ получилъ всего* 25 *р.* 20 *к. Спрашивается число рабочихъ и праздныхъ дней.*

Если бы мы знали эти два числа, то умноживъ одно на 120 а другое на 60, и вычтя послѣднее произведеніе изъ перваго получили бы въ остаткѣ 25 р. 20 коп. И такъ если искомое число рабочихъ дней означимъ чрезъ x, то $48-x$ будетъ выражать число празныхъ дней; поэтому $120.x$ или $120x$ означать сумму выработаныхъ, $60\ (48-x)$ сумму вычтеныхъ у него денегъ; посему уравненіе задачи будетъ

$$120x-60(48-x)=2520$$

по первому правилу

$$120x-2880+60x=2520$$

по третьему

$$120x+60x=2520+2880$$

по четвертому

$$180x=5400,$$

откуда, число рабочихъ дней, найдемъ $x=\frac{5400}{180}=30$, не рабочихъ $48-x=48-30=18$ дней. Въ самомъ дѣлѣ, за 30 дней ему слѣдовало бы получить 120×30 или 3600 ко., но за празные 18 дней у него вычли 18×60 или 1080 к.; слѣд. ему досталось $3600-1080=2520$, т. е. 25 р. 20 коп.

3. *Собака погналась за лисицею, которая уже успѣла здѣлать 60 скачковъ. Собака дѣлаетъ 6 скачковъ, между тѣмъ какъ лисица дѣлаетъ 9 скачковъ; но 3 скачка собаки равны 7 скачкамъ лисицы. Сколько скачковъ здѣлаетъ собака, чтобы догнать лисицу?*

Изъ смысла вопроса видно, что путь собаки состоитъ изъ 60 скачковъ, которыми лисица ее опередила, и растоянія, которое проскакали лисица съ того времени, когда собака погналась за нею. И такъ если бы я могъ выразить путь собаки и лисицы одною и тою же неизвѣстною, то легко бы составилъ уравненіе задачи.

Назову чрезъ x число скачковъ собаки. Такъ какъ въ одно время лисица дѣлаетъ 9, а собака 6 скачковъ, то лисица здѣлаетъ $\frac{9}{8}$ или $\frac{3}{2}$ скачка, между тѣмъ какъ собаки 1 скачокъ; слѣд. когда собака сдѣлаетъ x скачковъ, то лисица сдѣлаетъ ихъ $\frac{3}{2}$ x. Но для составленія уравненія не достаточно написать $x = 60 + \frac{3}{2}x$; ибо не надобно забывать, что скачки собаки болѣе скачковъ лисицы, и посему, поступая такимъ образомъ, уравнили бы разнородныя числа, т. е. числа, относящіяся къ разнымъ единицамъ, что противно § 1. И такъ должно выразить скачки лисицы въ скачкахъ собаки или обратно. Но, по условію 3 скачка собаки *равны* 7 скачкамъ лисицы; по сему 1 скачокъ собаки равняется $\frac{7}{3}$ скачковъ лисицы (§ 59, 60); и слѣд. x скачковъ собаки равны $\frac{4}{3}$ x скачкамъ лисицы. Посему уравненіе задачи будетъ

$$\frac{7x}{3} = 60 + \frac{3}{2}x, \text{ откуда } x = 72.$$

И такъ собака въ 72 скачка догонитъ лисицу, въ то время лисица сдѣлаетъ $72 \times \frac{3}{2}$ или 108 скачковъ.

Повѣрка. 72 скачка собаки равняются $\frac{72 \times 7}{3}$ или 168 скачкамъ лисицы, и очевидно имѣемъ $168 = 60 + 108$.

4. *Купецъ, изъ нѣкотораго капитала, ежегодно издерживаетъ* 1000 *руб., и также ежегодно увеличиваетъ остатки этого капитала третьими долями остатковъ; чрезъ* 3 *года капиталъ его возрастаетъ вдвое: опредѣлить капиталъ при началѣ оборота.*

Для составленія уравненія, согласно съ требованіемъ вопроса, разлагаемъ условія задачи на части, и каждую изъ нихъ выражаемъ такъ:

Положимъ, что купецъ имѣлъ	x.
Въ первый годъ издержалъ изъ него 1000 р., почему останется	$x - 1000$
Сей остатокъ увеличиваетъ третьею частію сего самаго остатка, и такъ. .	$x - 1000 + \frac{x - 1000}{3}$, $\frac{4x - 4000}{3}$
Во второй годъ опять издерживаетъ 1000 р. слѣд. останется	$\frac{4x - 4000}{3} - 1000$, или $\frac{4x - 7000}{3}$.
Этотъ остатокъ опять увеличиваетъ третьею частію сего самаго остатка, и такъ .	$\frac{4x - 7000}{3} + \frac{4x - 7000}{9}$, или $\frac{16x - 28000}{9}$.
Въ третьей годъ еще издерживаетъ 1000 р. и остатокъ	$\frac{16x - 28000}{9} - 1000$, или $\frac{16x - 37000}{9}$
Увеличиваетъ третью его	$\frac{16x - 37000}{9} + \frac{16x - 37000}{27}$, или $\frac{64x - 148000}{27}$

Послѣ сихъ оборотовъ капиталъ возрастаетъ вдвое:

$$\frac{64x - 148000}{27} = 2x$$

Рѣшеніе, составленнаго уравненія, нетрудно; именно

$$64x - 148000 = 54x$$

$$64x - 54x = 148000,\ 10x = 148000,\ x = 14800 \text{ р.}$$

Если бы разрѣшенный нами вопросъ, при удержаніи тѣхъ же условій, измѣнился въ томъ, что вычитая ежегодно по 1000 р., капиталъ чрезъ 3 года издержался до копѣйки, тогда бы получили уравненіе

$$\frac{64x - 48000}{27} = 0, \text{ или}$$

$$64x - 4800 = 0, \text{ откуда}$$

$$64x = 148000, \text{ и } x = 7500 \text{ руб.}$$

5. Раздѣлить 20 футовъ на 4 части, изъ коихъ бы вторая противъ первой, третья противъ второй и четвертая противъ третьей были больше 2 футами.

Если первая часть есть x

то вторая будетъ $x + 2$
третья $x + 4$
четвертая $x + 6$

данное уравненіе $4x + 12 = 20$ и $x = 2$.

6. Если бы раздающій деньги нищимъ имѣлъ 8-ю копѣйками болѣе, то каждому нищему досталось бы по 3 коп., но приразд ачѣ каждому изъ нихъ по 2 коп.,

осталось у него 3 коп. Спраш. сколько было денегъ и нищихъ.

Если бы число нищихъ было x, и если бы каждый получилъ по 3 копѣйки, то всѣхъ денегъ было бы 3x: но въ этомъ случаѣ, раздающій долженъ имѣть болѣе 8 коп. слѣд. число его денегъ $=3x-8$. Съ другой стороны: раздавая каждому нищему по 2 коп., будетъ истрачено 2x, и какъ остается 3 коп., то число денегъ его выразится еще чрезъ $2x+3$. И такъ

$$3x-8=2x+3$$

откуда $x=11$, число денегъ $=25$ коп.

7. Отецъ старше сына втрое, а за 10 лѣтъ былъ старше впятеро: спрашивается настоящее число лѣтъ того и другаго?

Рѣшеніе. Отецъ имѣетъ 60 лѣтъ, а сынъ 20 лѣтъ.

8. Имѣя двухъ достоинствъ монеты въ 2 и 5 франковъ, надобно употребить 10 тѣхъ и другихъ вмѣстѣ, для уплаты 26 франковъ. Спраш. сколько должно употребить монетъ обѣихъ достоинствъ.

Рѣшеніе. Первыхъ должно употребить 8, а вторыхъ 2.

Замѣч. Для упражненія совѣтуемъ позаимствовать вопросы изъ Алебръ: *Франкера, Бурдона, Фуса* и *Войтяховскаго.*

Въ заключеніе, разрѣшимъ еще одинъ, весьма важный, по своему приложенію, вопросъ.

9. *Сумма двухъ чиселъ равна* a, *разность ихъ* b. *Найти оба числа.*

Назовемъ меньшее число чрезъ x,
то большее выразится, чрезъ $x+b$

уравненіе $2x+b=a$, откуда

меньшее $x=\frac{a-b}{2}=\frac{a}{2}-\frac{b}{2}$; слѣд.

большее $x+b=\frac{a}{2}-\frac{b}{2}+b=\frac{a}{2}+\frac{b}{2}$.

Такъ какъ образованіе сихъ выводовъ вовсе независитъ отъ величины количествъ, изображенныхъ буквами a и b, посему: *когда извѣстна сумма двухъ чиселъ и разность ихъ, то, придавая къ полусуммѣ полуразность, получимъ большее число, а вычитая полуразность изъ полсуммы, получишъ меньшее число.*

И такъ пусть дана сумма 237, разность 99, большее число есть $\frac{237}{2}+\frac{99}{2}=168$, меньшее $\frac{237}{2}-\frac{99}{2}=69$. Въ самомъ дѣлѣ $168+99=237$, $168-69=99$.

Здѣсь можно замѣтить, какъ выгодно выражать буквами данныя количества. Такъ какъ надъ сими буквами можно только означать ариѳметическія дѣйствія, то въ выводѣ сохраняются всѣ слѣды дѣйствій, производимыхъ надъ извѣстными количествами, для отысканія величины неизвѣстныхъ количествъ.