1395 чел., всѣхъ же, до выбора, было 1789 чел. Спр. сколько взято рядовыхъ? *Рѣшеніе*: $1789 - x = 1395$, и $x = 1789 - 1395 = 394$ чел.

ОТДѢЛЕНІЕ II.

ДѢЛЕНІЕ.

а). *Общія изслѣдованія.*

§ 36.

Въ умноженіи даются два производителя и находится ихъ произведеніе: даются 2 и 4 и требуется 2.4 или 8, т. $2.4 = 8$; но если извѣстно 8 и одинъ изъ производителей, на прим. 2, то, можно потребовать, чтобъ найденъ былъ и другой производитель (4), т. е. такое число x, которое, если повторится 2 раза производило бы 8. Отсюда видимъ, что 8, должно разложить на два производителя, изъ коихъ одинъ уже данъ и есть 2, а другаго величина неизвѣстна, но зависитъ отъ величины чиселъ 8 и 2, съ коими онъ состоитъ въ связи, и по коимъ, требуется его опредѣлить. Сей способъ разложенія называется *дѣленіемъ* и на основаніи опредѣленія его, подставивъ x на мѣсто 4, въ выраженіе $2.4 = 8$, имѣемъ право, по § 9, написать

$$2.x = 8 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (a)$$

Это числовое выраженіе *дѣленія*, называется *уравненіемъ втораго* вида, (урав. перваго видѣли въ § 20), въ которомъ данное произведеніе (8) принѣмаетъ названіе *дѣлимаго*, данный производитель (2) — *дѣлителя*, а искомый производитель или результатъ дѣленія x — *частнаго;* въ слѣдствіе чего

$$2.x = 8$$

даетъ такое заключенiе: *дѣлитель* (2), *умноженный на частное* (x), *равенъ дѣлимому* (8); и вообще пишутъ

$$д.x = д' \ldots\ldots\ldots (a)$$

Вотъ это *основное* уравненiе дѣленiя, въ которомъ, подъ начальною буквою *д*, вообще разумѣемъ всякое число дѣлителя, подъ x — частнаго, а подъ *д'* — дѣлимаго; черта поставленная надъ послѣднимъ, служитъ *отличiемъ* дѣлимаго отъ дѣлителя, что особенно полезно, при общихъ опредѣленiяхъ x, *д* и *д'*.

Рѣшенiе уравненiя $д.x = д'$ состоитъ изъ *двухъ* частей: въ первой, излагается способъ вычисленiя x, а во второй, какъ вычисленную уже его величину представить въ общемъ результатѣ.

а.) *Рѣшенiе первой части*. Для вычисленiя x, должно взять уравненiе въ числахъ, на прим., прежнѣе

$$2.x = 8.$$

Откуда намъ понятно, что изъ x-а произведенiе 8 составится неиначе, какъ только тогда, когда x повторится 2 раза; равномѣрно, изъ 2 составится 8 тогда, когда 4 повторится x разъ. На этомъ основанiи, чтобъ изъ уравненiя $2.x = 8$, вычислить x, то должно взять произвольное, по соображенiю, число, (въ томъ предъположенiи, что оно равно x), и умножить на даннаго производителя 2 и, если *выйдетъ произведенiе, равное данному, то пробное число и будетъ дѣйствительная величина* x; и такъ помноживъ 2 на 2, получаю 4; слѣд. 2 нельзя взять за искомый производитель или частное, почему, помножа 2 на 3, имѣю 6; опять вычисленiе негодится; а умноживъ 2 на 4, нахожу число 8, равное данному произведенiю; слѣд. число 4 и $= x$, или $x = 4$.

Но показанный способъ вычисленiя не всегда бываетъ удобенъ для того предлагаемъ выгоднѣйшiй. Разсматривая уравненiе

$$2.x = 8,$$

видимъ, что x противъ 8 въ *два* раза *меньше*; или 8 противъ x въ 2 раза *больше*; это ясно, какъ само по себѣ (§ 1, чл. IV, VI), такъ и потому, что 8 есть произведеніе, а 2 и x производители (§ 9); слѣд., чтобъ, изъ уравненія $2.x = 8$, вычислить x, то должно 8 уменьшить въ *два* раза (§ 6,4), поелику числу равныхъ повтореній противуположно тоже число равныхъ вычитаній, исключеній; въ этомъ выводѣ заключается главное основаніе вычисленія; и такъ, чтобъ, изъ уравненія

$$2x = 8,$$

получить величину x, то, поелику $2.x$ *равны* 8, слѣд., вычтя первое изъ втораго, т. е. x *разъ* 2 изъ 8, въ результатѣ, по (§ 26,2), долженъ непремѣнно выйти *нуль*, и имянно:

$$8 - 2.x = 0 \ldots\ldots\ldots (\text{Ђ})$$

Повторяемъ ясность дѣла, что этотъ способъ разложенія (Ђ), дѣйствительно, по значенію, во всемъ противуположенъ способу составленія (a), и имянно: въ уравненіи (a) число x повторяется 2 раза, или обратно, 2 повторяется x разъ, для того, чтобъ произвести 8; въ уравненіи же (Ђ), число 2 изъ 8 вычитается x разъ, и обратно, x вычитается 2 раза, для того, чтобъ уничтожить 8, т. е. обратить въ нуль, и тѣмъ дойти до числовой величины x. И такъ, изъ сказаннаго и уравненія (Ђ) явствуетъ, что *искомый производитель* (x), *равенъ суммѣ единицъ, показывающихъ число вычитаній, даннаго производителя* (2), *изъ произведенія* (8), *до обращенія послѣдняго въ нуль*. А потому, чтобъ изъ уравненія

$$8 - 2x = 0$$

получить x, должно 2 вычетать изъ 8 и его остатковъ, до тѣхъ поръ, пока 8 необратится въ нуль; и такъ въ *первомъ* вычитаніи 2-хъ изъ 8, нахожу 6; во *второмъ* вычитаніи 2 изъ остатка 8, т. е. изъ числа 6, получаю 4; въ *третьемъ* вычитаніи 2 изъ 4, имѣю 2; и на конецъ въ *четвертомъ* вычитаніи 2 изъ 2, выходитъ 0. Слѣд. число 4 и есть искомый производитель. Для ясности все дѣлопроизводство пишемъ такъ:

$$8 - 2 = 6$$
$$(8 - 2) - 2 = 6 - 2 = 4$$
$$(8 - 2 - 2) - 2 = 4 - 2 = 2$$
$$(8 - 2 - 2 - 2) - 2 = 2 - 2 = 0.$$

Основанiемъ предложенной формы исчисленiя, удерживающей слѣды числа 8, служитъ то свойство тожества, по коему оно равенства нетеряетъ, если изъ обѣихъ частей его, постоянно будемъ вычитать, по равному числу (§ 5, 4). Исчисливъ же въ послѣднемъ выводѣ $8 - 2 - 2 - 2 - 2 = 0$, число вычитанiй, нахожу, что 2 изъ 8 вычлось 4 раза или $1 + 1 + 1 + 1$ разъ, до обращенiя 8 въ нуль; слѣд. опять 4 есть искомый производитель.

Такимъ же образомъ разрѣшится и уравненiе $16.x = 48$ (смот. § 2), изъ коего найдемъ $x = 3$.

Повѣрка, показаннаго вычисленiя частнаго, производится чрезъ обратную подъставку 4, на мѣсто x, въ уравненiе $8 - 2x = 0$, или все тоже въ основное $2x = 8$, изъ коихъ первое, по § 26,2, дѣйствительно дастъ 0, а второе, по § 9, число 8; т. е. $8 - 2.4 = 0$, потому что $2.4 = 8$, а $8 - 8 = 0$. Изъ этого легко примѣтить, что $2.4 = 8$ и $2.x = 8$ не одно и тоже, хотя оба связаны однѣмъ и тѣмъ же дѣйствiемъ и равенствомъ: $2.4 = 8$ принадлежатъ къ выкладкѣ произведенiя 8, а $2.x = 8$ къ изысканiю частнаго $x = 4$.

Что сказано и здѣлано надъ уравненiемъ $2.x = 8$, выраженнымъ чрезъ числа 2 и 4, то тоже можно, отъ слова до слова, приложить и ко всѣмъ протчимъ; вся разность въ частной величинѣ тѣхъ и другихъ, сущность же дѣла для всѣхъ общая; такъ что все приличиствующее $2x = 8$, равномѣрно приличествуетъ и уравненiю $\partial.x = \partial'$ вообще разсматриваемому, какъ представителю дѣйствiй надъ всѣми возможными числами.

На основанiи чего, уравненiе $8 - 2x = 0$, показывающее способъ вычисленiя частнаго x, принѣмаетъ слѣдующiй общiй видъ:

$$\partial' - \partial x = 0,$$

о которомъ говорятъ такъ: если изъ дѣлимаго ∂', дѣлитель ∂ исключится x разъ (т. е. столько, сколько единицъ въ частномъ x), то ∂ обращается въ нуль; или обратно: нуль равенъ дѣлимому ∂' изъ котораго дѣлитель ∂ вычтенъ x разъ.

Теперь понятно, что дѣленіемъ находится сумма единицъ частнаго, изъ которыхъ оно составлено такъ, какъ изъ него составляется дѣлимое, по данному дѣлителю (§ 9, 11).

b. *Рѣшеніе второй части* уравненія (а) заключается въ томъ, какъ дойти до общаго выраженія частнаго или результата дѣленія x=4.

Въ первой части рѣшенія видѣли: чтобъ изъ уравненія

$$2.\ x=8$$

получить x, то 8 должно уменьшить въ 2 раза; и такъ *частное равно дѣлимому* 8, *но только уменьшаемому* въ 2 раза, т. е. числомъ единицъ дѣлителя. Напишемъ сказанное:

x=8 *уменьш. въ* 2 *раза*..........(с)

Откуда ясно, что для уравненія результата дѣленія (с), число 2 въ уравненіи 2.x=8 отдѣлилось отъ x и перешло во вторую часть онаго къ 8; слѣд., стоитъ только придумать сокращенныя знаки для дѣленія, въ противуположность умноженію (.), замѣняющіе слова: *уменьшенному въ 4 раза* для отличія ими дѣлимаго (8) отъ дѣлителя (2), чтобъ, за тѣмъ, не встрѣтить никакой трудности въ составленіи общаго выраженія частнаго (с); но оные уже условлены и суть: поперечная черта ($\div$) и двоеточіе (:). При употребленіи перваго, ставятъ на мѣсто верхней точки дѣлимое (8), на мѣсто нижней дѣлителя (2); при употребленіи же втораго, дѣлимое ставятъ предъ двоеточіемъ, дѣлителя послѣ онаго; и такъ, внеся оныя въ выраженіе (с) получимъ общій видъ результата дѣленія, въ слѣдующей формѣ:

$$x=\frac{8}{2}\;(=4),\text{ или } x=8:\,2\;(=4).$$

Или вообще

$$x=\frac{2}{2};\text{ и } x=8:\,2 \ldots\ldots\ldots\ (c)$$

(т. е. $\frac{8}{2}$, или 8: 2 есть видъ результата), которыя выговариваются такъ: *частное* (x) *равно дѣлимому* 8 *раздѣленному на дѣлителя* (2), а въ специіальномъ случаѣ, какъ въ нашемъ рѣшеніи:—частное 4 равно дѣлимому 8 раздѣленному на дѣлителя 2, (т. е. уменьшенному въ 2 раза), разумѣя подъ симъ выраженіемъ что дѣйствіе дѣленія по уравненію (b) уже свершилось; или, если свершится, то въ результатѣ дѣйствительно выйдетъ частное x равное 4. Другими словами: что частное x, выходитъ изъ дѣйствительнаго дѣленія дѣлимаго (8) на дѣлителя 2, по уравненію (b).

Частное x есть вмѣстѣ и *отношеніе* (§ 1 и 3,) дѣлителя 2 въ дѣлимомъ (8), показывающее во сколько разъ первое меньше втораго; и обратно, во сколько разъ второе болѣе перваго; а это также, какъ сказано, выводится изъ числа равныхъ вычитаній дѣлителя (2) изъ дѣлимаго (8), до обращенія послѣдняго въ нуль, по уравненію же (b); въ слѣдствіе того при написаніи означенной формы результата дѣленія (с) говорятъ еще и такъ: дѣлитель 2 *содержится* (правильнѣе исключается) въ 8 или 2 *относится* къ 8 вообще x разъ; а въ частномъ случаѣ, какъ въ нашемъ рѣшеніи 4 раза, разумѣя подъ симъ, что 8 болѣе 2 въ x разъ или въ 4 раза. Поперечная черта (÷) и двоеточіе (:) здѣсь соотвѣтствуютъ словамъ: *содержится, относится.* Но всегда общѣе говорятъ по первому: *дѣлимое раздѣленное на дѣлителя, равно частному* x; обратно: *частное* x *равно дѣлимому раздѣленному на дѣлителя;* и пишутъ

$$x = \frac{\partial'}{\partial}; \text{ или } x = \partial' : \partial \ldots\ldots\ldots\ldots (c)$$

гдѣ ∂' есть дѣлимое, а ∂ дѣлитель.

§ 37.

Общія заключенія:

1. Вставивъ въ основное уравненіе (a)

$$\partial . \, x = \partial'$$

вмѣсто x, самый результатъ его $\frac{\partial'}{\partial}$ получимъ

$$\partial . \frac{\partial'}{\partial} = \partial'$$

или

$$\partial' = \frac{\partial'}{\partial} . \, \partial \ldots\ldots\ldots\ldots (d)$$

И такъ *дѣлимое равно общему результату дѣленія* $\frac{\partial'}{\partial}$, *умноженному на дѣлителя* ∂.

11. Первая часть рѣшенія уравненія (a), т. е.— уравненіе (b) показываетъ способъ вычисленія частнаго, т. е. общій ходъ дѣйствія дѣленія, что имянно должно сдѣлать съ дѣлимымъ ∂', чтобъ уравнить его нулю, и чрезъ то дойти до числовой величины частнаго x; а вторая часть рѣшенія,—уравненіе (c), показываетъ, что имянно должно сдѣлать съ дѣлимымъ ∂', чтобъ въ общности уравнить его частному x. Въ обоихъ же случаяхъ одно уравненіе имѣетъ *свою ссылку* на другое. Такъ, чтобъ изъ основнаго

$$\partial.\ x = \partial'.$$

дѣлимое ∂' приравнить x, то, по уравненію результата (c), какъ выше видѣли, ∂' уменьшаю въ ∂ разъ, т. е. дѣлю на ∂, однимъ только условнымъ, или общимъ изображеніемъ того; словомъ, пишу

$$x = \frac{\partial'}{\partial} \text{ или } x = \partial' : \partial$$

но, какъ это дѣленіе на самомъ дѣлѣ свершилось, или должно совершиться,—указываетъ уравненіе (b); обратно, какъ вычисленную изъ того же выраженія

$$\partial.\ x = \partial',$$

по уравненію (b), величину x изобразить въ общемъ результатѣ, — показываетъ уравненіе (c); словомъ, одно безъ другаго не можетъ дать полнаго опредѣленія—дѣленію. Другими словами: уравненіе (b) употребляется, когда желаютъ показать въ общемъ видѣ принадлежащій дѣленію способъ дѣйствія, доставляющій опредѣленный результатъ x, или вычислить, на самомъ дѣлѣ, оный: будемъ называть его *уравненіемъ способа дѣленія.* Уравненіе же (c), употребляютъ, когда требуется въ общемъ видѣ утвердить письменною формою дѣйствительность результата, выходящаго изъ дѣйствія способа уравненія (b); и потому то въ послѣднемъ случаѣ, т. е. при написаніи уравненія частнаго (c) говорятъ: дѣлимое должно раздѣлить на *дѣлителя;* или вообще: дѣлимое раздѣленное на дѣлителя равно частному; обратно: частное равно дѣлимому раздѣленному на дѣлителя.

Въ слѣдствіе такого различія уравненія способа, оное можемъ брать отдѣльно отъ уравненія результата, для изысканія однѣхъ истинъ; а урав. результата,—для другихъ, не вводя въ пособіе первое второму, и обратно, второе—первому; хотя впрочемъ, онѣ и имѣютъ такую между собою связь, что по данному одному легко составить другое, какъ увидимъ ниже.

III. На основаніи двухъ частей рѣшенія уравненія (a), составляющихъ одно существенное цѣлое—дѣленіе, слѣдуетъ, что дѣленіе есть вмѣстѣ *и способъ и дѣйствіе;* способъ, поелику оно, приличнымъ изображеніемъ результата или частнаго, въ формѣ уравненія (c), представляетъ общій видъ совершеннаго дѣйствія, по уравненію способа (b); дѣйствіе, поелику изъ уравненія способа (b) производится, на самомъ дѣлѣ, и вычисленіе результата. И такъ

1. *Дѣленіе* есть вмѣстѣ и способъ и дѣйствіе, коими совокупно опредѣляется число содержаній дѣлителя въ

дѣлимомъ, чрезъ исключеніе перваго изъ втораго извѣстное число разъ;

2. *Дѣлимое* есть число, въ которомъ ищется содержаніе дѣлителя;

3. *Дѣлитель*, обратно, есть число, котораго ищутъ содержаніе въ дѣлимомъ;

4. А *частное* есть показатель числа равныхъ вычитаній, исключеній, дѣлителя изъ дѣлимаго, почему оно иначе еще называется *показателемъ* или *знаменателемъ содержанія*.

Откуда наконецъ 5-е, частное есть вообще число *отвлеченное*, дѣлимое же и дѣлитель — *выраженіе количествъ*, изъ коихъ первое принимается за мѣримое, второе за мѣру и оба въ частяхъ мѣры (§ 1). Такъ, если дѣлитель 5, дѣлимое 120; то это значитъ, что дѣлитель какъ мѣра содержитъ въ себѣ 5 частей, мѣримое—120 тѣхъ же частей и кои, представлены въ числовыхъ единицахъ: словомъ дѣлимое и дѣлитель суть числа всегда между собою *однородныя*, а частное, на оборотъ обѣимъ *разнородно*.

§ 38.

Частныя заключенія:

1. И такъ, уравненій дѣленія, кои составляютъ одно существенное цѣлое—дѣленіе,—два вида:

$$\partial' - \partial . x = o \ldots\ldots\ldots\ldots (b)$$

$$\frac{\partial'}{\partial} = x; \text{ или } \partial' : \partial = x \ldots\ldots\ldots\ldots (c)$$

и основаніемъ ихъ служитъ третье

$$д.\ x=д' \ldots\ldots\ldots\ldots (a),$$

и кои въ частномъ случаѣ, какъ въ нашемъ рѣшеніи принимаютъ видъ

$$8-2.,\ x=0$$

$$\frac{8}{2}=x, \text{ или } 8:\ 2=x$$

$$2.\ x=8.$$

и изъ нихъ послѣднее не все тоже, что 2. 4=8; ибо это есть тожество и принадлежитъ къ дѣйствію или выкладки—произведенія (8) по даннымъ (2) и (4), тогда какъ уравненіе 2. x=8 — къ способу изысканія производителя x.

II. Уравненіе способа (b) выведено изъ уравненія (a), въ слѣдствіе извѣстныхъ правилъ вычитанія и умноженія; уравненіе же результата (c), хотя также *послѣдовательно* выведено изъ того же уравненія (a), но только съ помощію произвольнаго условія принять имянно такое, а не другое изображеніе общаго результата дѣленія, въ противуположность уравненію (a). Но какъ бы ни было, а существенная противуположность въ

$$д.\ x=д',$$

$$x=\frac{д'}{д}, \text{ или } x=д':\ д;$$

какъ выше видѣли, дѣйствительно находится; ибо въ первомъ, x умножено на д и обратно д умножено на x, для того, чтобъ произвести д', словомъ д съ x состоятъ въ повторительной связи и въ одной части уравненія; во второмъ же на оборотъ, ∂ отъ x раздѣлено противуположною частію онаго, гдѣ ∂ уже не повторяетъ а дѣлитъ ∂' т. е. повторительно исключается изъ ∂' (что показываетъ условная поперечная черта ($\div$) или двоеточіе (:), для того, чтобъ ∂' уничтожить и тѣмъ дойти до искомаго частнаго.

§ 39.

Пользуясь симъ изученнымъ различіемъ, по коему уравненіе результата дѣленія (с) противуполагается основному уравненію (а), легко первое обратить во второе; а имянно, стоитъ только въ уравненіи

$$x = \frac{\partial}{\partial},$$

въ слѣдствіе противуположности онаго уравненію (а), частное x умножить на дѣлителя ∂, а дѣлимое ∂' оставить безъ перемѣны, и чрезъ то получается уравненіе (а)

$$\partial.\ x = \partial'.$$

Ибо ∂', противъ x въ ∂ разъ больше; слѣд. чтобъ x приравнить ∂', то очевидно x должно помножить на ∂. Съ другой стороны потому, что дѣлимое равно частному умноженному на дѣлителя, слѣд. въ урав.

$$x = \frac{\partial'}{\partial}$$

x умножаю на ∂ и приравниваю дѣлимому ∂' т. е.

$$\partial\ x = \partial'.$$

Съ третей стороны потому, что равенство уравненія

$$x = \frac{\partial'}{\partial}$$

нетеряется, если обѣ части умножатся на равное число (§ 6, 4,) и потому, умноживъ его на ∂ имѣемъ

$$\partial.\ x = \left(\frac{\partial'}{\partial}\right).\ \partial$$

но по (§ 37, 1) знаемъ, что и

$$\partial = \left(\frac{\partial'}{\partial}\right).\ \partial;$$

сравнивая же сіи два уравненія, находимъ, что въ нихъ вторыя части равны между собою, слѣд. необходимо должны быть и первыя равны, т. е. $\partial.x = \partial'$; (*) и такъ опять, изъ урав.

(*) Для лучшаго уразумѣнія этой аксіомы возмемъ въ числахъ

$$3+6=9$$

и

$$4+5=9$$

гдѣ сравнивая оба тожества видимъ, что вторыя части оныхъ равны, то, вставивъ во вторую часть перваго, вмѣсто 9 первую часть 4+5 втораго тожества имѣемъ

$$3+6=+45;$$

ибо сумма обѣихъ дастъ $9=9$. Эта аксіома выражается такъ: *два количества, равныя одному третьему, равны и между собою;* но обще-употребительнѣе такъ: *если сравнивая два равенства находимъ, что первыя* (или вторыя) *части оныхъ равны между собою, то и вторыя* (или первыя) *необходимо должны быть равны.*

$$x = \frac{\partial'}{\partial},$$

получаемъ

$$\partial . x = \partial'$$

2. Такимъ же образомъ, если изъ уравненія способа

$$\partial' - \partial . x = 0$$

требуется составить общій результатъ дѣленія, то во первыхъ $\partial .\ x$, переношу изъ первой части во вторую, съ противнымъ знакомъ, т. е. съ $+$, (§ 23) и чрезъ то получаю основное уравненіе $\partial' = +\partial .\ x$ или $\partial .\ x = \partial'$; гдѣ $(+)$ подразумѣвается; откуда x изобразить уже не трудно: $x = \frac{\partial'}{\partial}$. Обратно: если посему общему результату дѣленія, требуется выразить уравненіе способа, то вопервыхъ x умножаю, какъ видѣли выше, на ∂ и чрезъ то опять перехожу къ начальному уравненію $\partial . x = \partial'$, откуда уравненіе способа по извѣстному будетъ $\partial' - \partial .\ x = o$. Вообще основное уравненіе $\partial . x = \partial'$ есть *предѣлъ* всѣхъ преобразованій производныхъ (b) и (c), кои пройти онаго никакъ не могутъ.

§ 40.

Изъ основнаго уравненія (a)

$$\partial .\ x = \partial'$$

частное x опредѣляется, какъ сей часъ видѣли, уравненіемъ

$$x = \frac{\partial'}{\partial};$$

но, если частное дано, и будетъ требовать дѣлитель $д$, то положивъ x за $д$, а $д$, измѣнивъ въ частное $ч$, основное уравненіе (a) приметъ видъ

$$ч.\ x = д';$$

откуда x будетъ

$$x = \frac{д'}{ч} \dots\dots\dots\dots (e)$$

Слѣд. *дѣлитель* x *равенъ дѣлимому* $д$ *раздѣленному на частное* $ч$

§ 41.

И такъ, выведенныя четыре уравненія

$$ч.\ д = д' \dots\dots\dots\dots (a)$$

$$д. - ч.\ д = 0 \dots\dots\dots (b)$$

$$ч = \frac{д'}{д} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (c)$$

$$д = \frac{д'}{ч} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (e)$$

составляютъ общее *основаніе* для всей Математики, гдѣ только входитъ способъ дѣленія количествъ. Вообще, чѣмъ бы ни было представлено искомое въ уравненіи, но всегда должно стараться, переобразить его: или въ произведеніе данныхъ производителей $ч$ и $д$; или въ общій видъ результата дѣленія, какъ бы оно уже было вычислено, по уравненію способа (b). Такъ **1**, если дано будетъ числовое уравненіе

$$\frac{x}{3} = 7,$$

то отсюда x, какъ дѣлимое по уравненію (a) получимъ

$$x=7.3=21.$$

2. Когда же

$$24-3.x=0,$$

то по (§ 39, чл. 2,) будетъ

$$24=+3x \text{ или}$$

$$3x=24$$

Откуда по уравненію (c)

$$x=\frac{24}{3}=8.$$

3. А если дано

$$\frac{16}{x}=8.$$

то x, какъ дѣлитель, по уравненію (e) найдется

$$x=\frac{16}{8}=2.$$

4. Такимъ же образомъ, если отдѣльно данъ показатель содержанія (3) двухъ неравныхъ чиселъ (x) и (120), то по оному можно составить и самое равенство послѣднихъ; такъ, если будетъ извѣстно, что x > (больше) 120 въ 3 раза, то, чтобъ x приравнить 120-ти, должно x раздѣлить на 3 или 120 умножить на 3; и такъ $\frac{x}{3}=120$, или $x=120.3=360$. Если же 120 > 3 въ x разъ, то дабы, 120 уравнить съ 3—мя, должно или 120 раздѣлить на x, или 3 умножить на x, т. е. $\frac{120}{x}=$

$=3$ или $120=3 \cdot x$ откуда $x=\frac{120}{3}=40$. Какъ нясенъ теперь ходъ сихъ преобразованій, но при изложеніяхъ обыкновенныхъ Ариѳметикъ, они всегда остаются неудобно-понятными.

5. *Общее замѣчаніе*. И такъ, если когда—либо будемъ имѣть числовое уравненіе вида

$$3.x=8, \text{ или}$$

$$3x=8, \text{ или } 8-3x=0,$$

гдѣ точка (.) или знакъ умноженія, въ послѣднихъ двухъ уравненіяхъ, подразумѣвается, а на мѣсто 3 и 8 могутъ быть всякія числа, возмите какія угодно, то оное всегда должно принимать за основное уравненіе дѣленія, въ которомъ 8 есть дѣлимое, а 3 дѣлитель или частное, смотря по требованію; вообще *признакъ искомаго частнаго*, если x будетъ *разнороденъ* съ 8 и 3, т. е. *число отвлеченное*; когда же x *однороденъ* съ 8 и *разнороденъ* съ 3-мя, то это значитъ, *что* x *выражаетъ дѣлителя* (§ 7 111, 5).

§ 42.

Въ (§ 27, общ. закл. 1.) видѣли, что дѣлимое равно общему результату дѣленія умноженному на дѣлителя т. е.

$$\partial'=\frac{\partial'}{\partial}.\partial \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Но дабы въ семъ тождественномъ выраженіи, ∂' въ дѣйствительности было равно $\frac{\partial'}{\partial}\partial$, то необходимо, чтобъ отношеніе дѣлителя ∂, (который умножаетъ общій результатъ $\frac{\partial'}{\partial}$), съ дѣлителемъ ∂, (изображающимъ внизу сей же результатъ) *была единица*; ибо въ этомъ только случаѣ ∂' первой части уравненія можетъ быть тожество ∂' второй части, содержащемуся вверху изображенія результата, и имянно когда

$$\partial'=\partial'.\ 1=\partial'\ldots\ldots\ldots\ldots\ (2)$$

гдѣ единицу производятъ ∂ съ ∂. Но, умножая въ урав. (1) ∂ на ∂ единица произойти не можетъ, поелику $\partial.\partial=\partial^2$, т. е. дѣлитель потворяется столько разъ, сколько въ немъ единицъ; слѣд., между ∂ и ∂ необходимо существуетъ дѣленіе, и имянно $\frac{\partial}{\partial}=1$, такъ что, вставивъ $\frac{\partial}{\partial}$ въ урав. (2) вмѣсто 1-цы получимъ

$$\partial'=\partial'.\frac{\partial}{\partial}\ldots\ldots\ldots\ldots\ (3)$$

И такъ выраженіе

$$\frac{\partial}{\partial}=1\ldots\ldots\ldots\ldots\ (4)$$

показываетъ, что *всякое число само въ себѣ содержится одинъ только разъ*.

И дѣйствительно, взявъ частный случай, на прим. результатъ

$$x = \frac{8}{8},$$

сказанное становится очевиднымъ; ибо, опредѣляя изъ него дѣлимое 8 имѣемъ

$$8\ x = 8$$

откуда понятно, что x неможетъ быть *больше единицы*, съ одной стороны потому, что 8. 2=16, а 8. 1=8; съ другой стороны потому, что изъ выраженія 8 x=8 по-урав. (Ъ) § 41, получаемъ

$$8 - 8\ x = 0;$$

слѣд. сдѣсь, по (§ 26,2) вычитаніе *одно потребно*, для обращенія дѣлимаго въ нуль, который, какъ уменьшаемое равно дѣлителю, какъ вычитаемому; и такъ частное x=1 т. е. $\frac{8}{8}=1$; стало быть, выведен. выше заключеніе вѣрно. На основаніи чего и $\frac{20}{20}=1$, $\frac{202}{202}=1$, $\frac{1111}{1111}=1$, и. т. пр.

§ 43.

Снеся уравненія (1) съ (3), имѣемъ

$$\partial' = \frac{\partial'}{\partial} \cdot \partial,$$

$$\partial' = \partial' . \frac{\partial}{\partial}$$

поелику же онѣ тожественны, ибо $\partial'=\partial'$, то можемъ взять и

$$\frac{\partial'}{\partial} \cdot \partial = \frac{\partial}{\partial} \cdot \partial' = \partial' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Изъ разсмотрѣнія чего видимъ, (смотри на первую часть), что будетъ ли ∂' дѣлиться на ∂ и частное умножаться на ∂, или (смотри на вторую часть), будетъ ли ∂ дѣлиться на ∂ и частное умножаться на ∂', въ обоихъ случаяхъ результатъ, (смотри на третью часть), выходитъ одинъ и тотъ же, и имянно ∂'; посему, чтобъ существующее свойство тожественности уравненія (5) выразить общимъ результатомъ, то должно одинъ разъ ∂' помножитъ на ∂ и произведеніе ихъ раздѣлить на то же ∂, т. е.

$$\frac{\partial' . \partial}{\partial} = \partial' \ldots\ldots\ldots (6)$$

чрезъ что полученное выраженіе, дѣйствительно удовлетворяетъ, въ одно время, двумъ сказаннымъ тожествамъ; ибо, изъ него всегда можно представлять, что или ∂' дѣлится на ∂ и потомъ, умножается на ∂; или, что ∂ дѣлится на ∂ и потомъ умножается на ∂';—въ обоихъ случаяхъ результатъ даетъ ∂'; такъ что уравненіе (6), всегда можемъ разложить на двѣ части и имянно:

$$\partial' = \frac{\partial' . \partial}{\partial} = \frac{\partial'}{\partial} . \partial = \frac{\partial}{\partial} . \partial$$

На основаніи чего, изъ уравненія (6) выводимъ слѣдующія заключенія:

1. *Всякое число* ∂', (смотри на вторую часть, уравн.), *величины своей неперемѣняетъ* т. е. ни увеличивается ни уменьшается, *если оно*, (смотри на первую часть), *умножится на какое либо другое* ∂ и, *въ тоже время, на него раздѣлится.* Ибо чрезъ это

выходитъ $\frac{\partial}{\partial}=1$; т. е. во сколько разъ увеличится, востолько же разъ, возвратно, уменьшится.

11. *чтобъ раздѣлить произведеніе двухъ* ∂' и ∂ *(или нѣсколькихъ) чиселъ, на третье* ∂*, то достаточно раздѣлить одного изъ производителей, и частное* (если оно будетъ больше единицы) *умножить на остальные.*

§ 44.

Принявъ въ тожествахъ

$$0.0=0,\ 1.0=0,\ 2.0=0\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 9.0=0,$$

во первыхъ нуль за искомое, а потомъ числа и, опредѣляя ихъ, по общимъ правиламъ, имѣемъ, что

$$0=\frac{0}{0}$$

$$0=\frac{0}{1}$$

$$0=\frac{0}{2}$$

$$0=\frac{0}{9}$$

Съ другой стороны

$$0-0.0=0 \text{ или } 0=\frac{0}{0}$$

$$\begin{array}{ll}
0-1.0=0 & 1=\dfrac{0}{0} \\[2ex]
0-2.0=0 & 2=\dfrac{0}{0} \\
\vdots \qquad \vdots & \vdots \quad \vdots \\
0-9.0=0 & 9=\dfrac{0}{0}
\end{array}$$

Изъ разсмотрѣнія первыхъ, находимъ, что нуль ни на-какое число дѣлиться неможетъ; ибо неимѣетъ величины, о чемъ обыкновенно выражаются такъ: *число въ нулѣ не содержится;* изъ разсмотрѣнія же вторыхъ съ перваго взгляда, никакого опредѣлительнаго заключенія неполучаемъ, (поелику $\frac{0}{0}$ удовлетворяетъ всякому числу); но припомнивъ сказанное въ (§ 9, IV), что отъ перемѣны порядка производителей произведеніе неперемѣняется и (§ 9,), что число повтореній одного производителя въ своемъ произведеніи означается другимъ производителемъ, легко понять и выраженіе $\frac{0}{0}$. Ибо мы, опредѣляя нуль и числа, дѣйствительно перемѣнили только порядокъ производителей, а потому изъ выраженій

$$0=\frac{0}{9}$$

и

$$9=\frac{0}{0} \quad \text{или} \quad 0-9.\ 0=0$$

первое показываетъ, *что число 9 никакому неподвергается дѣйствiю*, а потому и разности непроизводитъ; ибо *дѣйствiе числа* не иное что есть, какъ *извѣстное отношенiе его къ другому къ однородному*, котораго здѣсь нѣтъ; второе же научаетъ, что *сколько бы разъ нуль нивычитался изъ нуля, отношенiе его во всѣхъ случаяхъ равно нулю.*

И такъ выраженiе $\frac{0}{9}$ показываетъ бездѣйствiе числа

а $\frac{0}{0}$ все—возможное дѣйствiе нуля съ самимъ собою.

§. 45.

Положивъ въ основномъ уравненiи

$$\partial' = \partial.\ x \ldots\ldots\ldots (a),$$

что частное $x = 2x'$, т. е., что x', противъ x въ *два* раза меньше, и потомъ, вставивъ $2x'$ вмѣсто x, въ уравненiе (а) имѣемъ:

$$\partial' = \partial.\ 2.\ x';$$

но произведенiе непеременяется отъ перемѣны порядка производителей (§ 9, IV), посему это уравненiе разлагается на три части:

$$\partial' = \partial.\ 2\ x' = 2\ \partial.\ x' \ldots\ldots\ldots (7)$$

гдѣ 2∂ противъ ∂; а $2\ x'$ противъ x' въ два раза больше. И такъ изъ уравненiя (7) видимъ, что когда дѣлитель уменьшается вдвое, то частное во столько же разъ увеличивается, когда же дѣлитель увеличивается вдвое, то частное востолько разъ уменьшается; *по сему, во-*

сколько разъ дѣлитель уменьшится, при постоянномъ дѣлимомъ, во столько разъ частное увеличится; и обратно, *восколько разъ частное уменьшится, во столько разъ дѣлитель увеличится.* А поелику недолжно забывать, что данное дѣлимое $д'$ есть тоже, что искомое произведеніе, дѣлитель $д$ и частное $2\,x'$ суть тоже, что данные производители, посему и для умноженія выводимъ одинаковое заключеніе; а имянно: *во сколько разъ одинъ производитель постояннаго произведенія уменьшается, во столько разъ другой данной производитель увеличивается; и обратно.* Этотъ выводъ весьма важенъ для опредѣленія положительныхъ правилъ на рѣшеніе практическихъ вопросовъ умноженія *обратнаго смысла.*

§ 46.

Умноживъ и раздѣливъ порознь обѣ части основнаго уравненія (§ 6, 4)

$$д'=д.\ x,$$

напримѣръ числомъ 3, получимъ два новыя урав.

$$3\,д=3.\ (д.\ x),$$

$$\frac{д'}{3}=\frac{д.\ x}{3.},$$

Но изъ нихъ, какъ первое, такъ и второе разлагается на два свои, тожественныя, уравненія: первое, на томъ основаніи, что произведеніе неперемѣняется отъ перемѣны порядка производителей (§ 9, IV), а второе по (§ 43); и такъ, изъ перваго получаемъ

$$\left.\begin{array}{l} 3\,\partial' = \partial.\ (3.\ x) \\ 3\,\partial' = (3\,\partial).\ x. \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (8).$$

А изъ втораго имѣемъ

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial'}{3} = \partial.\frac{x}{3} \\ \frac{\partial'}{3} = \frac{\partial}{3}.\ x \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (9).$$

Снеся же *первое* съ *третьимъ*, а *второе* съ *четвертымъ* будетъ

$$\left.\begin{array}{l} 3\,\partial' = \partial.\ (3.\ x) \\ \frac{\partial'}{3} = \partial.\ \frac{x}{3} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (10).$$

$$\left.\begin{array}{l} 3\partial' = (3.\ \partial).\ x \\ \frac{\partial'}{3} = \frac{\partial}{3}.\ x \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

Послѣ сего, изслѣдуемъ каждую пару, порознь, урав. (10) и (11):

1. Въ первой, изъ уравненія перваго видимъ, что когда дѣлимое и частное увеличились въ *трое*, то дѣлитель остается неизмѣняемъ; изъ втораго, когда дѣлимое

и частное уменьшились *втрое*, то дѣлитель опять остался неизмѣненъ; посему вообще *частное, при постоянномъ дѣлителѣ, во столько разъ увеличивается, во сколько разъ увеличивается дѣлимое, и во столько разъ уменьшается, во сколько разъ уменьшается дѣлимое*. И обратно: *дѣлитель величины своей неперемѣняетъ, когда дѣлимое и частное на одно и тоже число умножатся или раздѣлятся*.

2. Во второй парѣ, изъ уравненія перваго, видимъ, что когда дѣлимое и дѣлитель увеличились *втрое*, то частное остается неизмѣняемымъ; а изъ втораго,—когда дѣлимое и дѣлитель уменьшились *втрое*, то частное опять осталось неизмѣняемымъ; посему *вообще, частное величины своей не перемѣняетъ, когда дѣлимое и дѣлитель на одно и тоже число умножатся или раздѣлятся*. И обратно: *дѣлитель во столько разъ увеличивается или уменьшается восколько разъ увеличивается или уменьшается дѣлимое*. Другими словами: во сколько разъ увеличивается или уменьшаеться дѣлитель, чтобъ не измѣнить частнаго, т. е., чтобъ опять получить туже числовую величину x, необходимо, во столько же разъ увеличить или уменьшить дѣлимое.

А поелику не должно забывать, что данное дѣлимое $д'$ есть тоже что искомое произведеніе, дѣлитель $д'$ и частное x суть тоже что данныя производители; посему, снеся основное уравненіе $д'=д.\ x$ съ производными, взятыми изъ (10) и (11) пары, имѣетъ

$$д' = д.\ x;$$
$$3\,д' = д.\ (3\ x);$$
$$3\,д' = (3\ д).\ x;$$

откуда и, для умноженія выводимъ подобное общее правило: *во сколько разъ одинъ изъ производителей даннаго произведенія увеличивается, во столько разъ и новое произведеніе увеличивается.* Это заключеніе весьма важно, для опредѣленія положительныхъ правилъ на рѣшеніе практическихъ вопросовъ умноженія *прямаго смысла.*

§ 47.

Наконецъ заключимъ общія изслѣдованія наши, двумя весьма употребленными правилами:

1. *Произведеніе, составленое изъ суммы нѣсколькихъ слагаемыхъ на общаго множителя, равняется суммѣ произведеній каждаго слагаемаго* на того же множителя. (§ 11). Такъ

$$(5+3+2).4 = 4.4+3.4+2.4$$

(гдѣ скобки ( ) означаютъ *общій знакъ умноженія* нѣсколькихъ чиселъ). Для убѣжденія, повторимъ $5+3+2$, на самомъ дѣлѣ, 4 раза и потомъ сложимъ:

$$(5+3+2).4 = \begin{cases} 5+3+2 \\ 5+3+2 \\ \\ 5+3+2 \\ 5+3+2 \end{cases}$$

Итакъ $(5+3+2).4 = \quad 5.4+3.4+2.4.$

И обратно, *сумма произведенiй нѣсколькихъ слагаемыхъ* (смотри на вторую часть) *на общаго множителя, равняется произведенiю суммы тѣхъ же слагаемыхъ и на того же множителя* (смотри на первую часть). Ибо 5.4+3.4+2.4 показываетъ, что 4 должно повториться 5, 3 и 2 раза, а всего 4 повторяется 5+3+2 разовъ, или (5+3+2). 4; т. е.

$$5.\ 4+3.\ 4+2.\ 4=(5+3+2).\ 4.$$

Вообще, если положимъ $4=д$; $5=x$ $3=x'$ $2=x''$ гдѣ x', x', x''................ суть частные, то будетъ

$$д.x+д.x'+д.x''+\ldots\ldots\ldots=(x+x'+x\ldots\ldots).д\ldots\ldots(10)$$

II. На основанiи сказаннаго, также получимъ

$$5.4-3.4=(5-3).4.$$

Или вообще

$$д.\ x-д.\ x'=(x-x).\ д\ldots\ldots\ldots\ldots(11).$$

т. е. *разность, составленная изъ произведенiй уменьшаемаго* x *и вычитаемаго* x' *на общаго множителя* $д$, *равняется произведенiю разности первыхъ двухъ* $x-x'$, *на третьяго* $д$; и обратно: *произведенiе разности двухъ чиселъ* $x-x'$, *на даннаго множителя* $д$, *равняется разности произведенiй тѣхъ же чиселъ:* $д\,x-д\,x'$.

И такъ, главныхъ уравненiй дѣленiя всего *пятьнадцать*; выпишемъ ихъ для общаго свода:

1. $ч.\ д=д'$
2. $д-ч.\ д=0.$

3. $ч=\frac{\partial'}{\partial}$

4. $\partial=\frac{\partial'}{ч}$.

5. $\partial'=\frac{\partial'}{\partial}.\ \partial.$

6. $\partial'=\partial'.\frac{\partial}{\partial}$.

7. $\frac{\partial}{\partial}=1$

8. $\frac{\partial'.\partial}{\partial}=\frac{\partial'}{\partial}.\partial=\frac{\partial}{\partial}.\ \partial'=\partial'.$

9. $\partial'=\partial.\ 2\ x=2.\ \partial.\ x.$

10. $3\ \partial'=\partial.\ (3\ x)$

11. $\frac{\partial}{3}=\frac{\partial.\ x}{3}$

12. $3\ \partial'=3\ \partial.\ x$

13. $\frac{\partial'}{3}=\frac{\partial}{3}.\ x$

14. $\partial.\ x+\partial.\ x'+\partial.\ x''+\ldots=(x+x'+x''+\ldots)\ \partial$

15. $\partial.\ x-\partial.\ x'=(x-x')\ldots$

Ѣ.) Частныя изслѣдованія.

§ 48.

Вычисленіе частнаго. Показанный, въ § 36, способъ, находить частное, весьма продолжителенъ, для того имѣемъ другой—сокращеннѣйшій, который основывается на выводѣ уравненія (Ѣ) § 41

$$д'—д.x=0.$$

Для объясненія, возмемъ наприм., числовое уравненіе:

$$16—2x=0;$$

изъ котораго видно, что x состоитъ изъ *суммы единицъ*, § 36, посему берутъ произвольное число, (предполагая его равнымъ дѣйствительной величинѣ x), которое, умноживъ на дѣлителя 2, вычитаютъ изъ дѣлимаго 16, и, если разность отъ сего выйдетъ нуль, то пробное число есть частное. Понятно, что избранное число, чрезъ умноженіе на дѣлителя, производитъ *вдругъ столько вычитаній, сколько въ немъ единицъ*, въ этомъ и состоитъ *сокращеніе*.

Но рѣдко случается съ одного разу находить частное, потому для уравненія

$$16—2.x=10$$

берутъ два, три и болѣе числъ, предполагая, что сумма ихъ равна x; потомъ *одно* изъ сихъ слагаемыхъ, помноживъ на дѣлителя, вычитаютъ изъ дѣлимаго; изъ остатка, вычитаютъ произведеніе *другаго* слагаемаго, на дѣлителя; изъ сего остатка,—произведеніе *третьяго*, на дѣлителя; и т. д., продолжая до тѣхъ поръ, пока дѣлимое не обратится въ нуль; тогда сумма взятыхъ чиселъ, на основаніи выше сказаннаго, и будетъ *искомое частное.* И такъ, принявъ $x=4+3$, уравненіе

$$16-2.x=0$$

превратится въ выкладку:

$$16-2(4+3),$$

или по § 11, въ

$$16-(2.4+2.3);$$

а потому, вычтя изъ 16 первое произведеніе 2.4 или 8, получаю остатокъ 8; откуда, вычтя второе 2.3 или 6, остается 2; слѣд., недостаточно числа вычитаній, выраженныхъ чрезъ $4+3=x$, для обращенія 16 въ нуль, а требуется произвести еще одно; ибо $2-2=0$. И такъ первое произведеніе *дало вдругъ четыре* вычитанія, второе—*три*, а третее—*одно*; послѣ чего дѣлимое и обратилось въ нуль. Почему частное x равно не $4+3$, а $4+3+1$, или 8; такъ что и выкладка

$$16-(2.4+2.3)$$

исправляется слѣдующимъ тождествомъ:

$$16-(2.4+2.3+2.1)=16-2(4+3+1)=16-8.\ 2=0.\ \text{и}\ x=8.$$

Пусть требуется найти производитель x поданному произведенію 380484 и производителю 702.

Главное правило состоитъ въ томъ, что во первыхъ должны опредѣлить число цыфръ частнаго, основываясь на томъ свойствѣ произведенія, что въ немъ содержится столько цыфръ, сколько ихъ находится въ обоихъ производителяхъ, или однимъ меньше, § 10, V. Посему должно сказать обратно, что *частное не можетъ имѣть болѣе того числа цыфръ, которое, даетъ разность числа цыфръ дѣлимаго безъ числа цыфръ дѣлителя, или однимъ больше*. Такъ, для раздѣленія 383484 на 702, число знаковъ въ искомомъ производителѣ должно быть или 6—3=3, или однимъ больше т. е. 4. Но поелику послѣдній знакъ дѣлителя слѣва 7, больше послѣдняго знака дѣлимаго 3, то и число цыѳръ частнаго не можетъ быть больше 3-хъ знаковъ; ибо 1000.702=702000 даетъ число больше дѣлимаго; но какъ 521.702=365742, то 521 беру за частное и произведеніе 365742, вычтя изъ 380484, нахожу 14742; сдѣсь совершилось вдругъ 521 вычитаніе; пріискиваю другое число, которое, судя по числу цыѳръ остатка дѣлимаго, неможетъ быть болѣе двухъ знаковъ, а потому беру, напр. 20, и произведеніе 702.20 или 14040, вычитая изъ 14742 имѣю 702; сдѣсь совершилось вдругъ 20 вычитаній; наконецъ 702—702=0, — вычитаніе одно. Итакъ *одно* вычитаніе, или число 1 придаю къ 20 и 521 таковыхъ же вычитаній и получаю

$$521+20+1=542$$

слѣд. 542 и есть искомый производитель. Откуда понятно, что *дѣйствіе дѣленія есть сокращеніе многократнаго вычитанія*.

§ 49.

Хотя, предложенный здѣсь способъ дѣленія весьма сокращенъ, однако неможетъ неизслѣдовать правилъ общеупотребительныхъ. Здѣсь представляется *два случая*.

Случай 1. Положимъ, требуется раздѣлить 2563 на 7, то ясно, что должно найти частное, состоящее изъ трехъ знаковъ, (ибо 7 больше 2 и 1000. 7=7000 больше дѣлимаго), т. е. изъ *сотень, десятковъ и единицъ*, которыя, будучи повторены 7 разъ и вычтены изъ 2563 въ частномъ давали бы нуль. И такъ, во первыхъ составляю

$$2563-7.\ x=0;$$

и потомъ оное разлагаю въ слѣдующее:

$$2560-(\textit{сот.} \times 7+\textit{дес.} \times 7+\textit{еди.} \times 7)=0;$$

где $(\textit{сот.}).\ 7+(\textit{еди.}).\ 7+(\textit{еди.}).\ 7=7.\ x.$

Но сотень, въ частномъ, не можетъ содержаться больше 3, поелику 400. 7=2800, число большее дѣлимаго; посему помножаю 300. 7=2100 и, вычтя произведеніе *сот.*×7=2100 изъ 2563, получаю по (§ 27, 11)

$$463-(\textit{дес-}\times 7+\textit{еди.}\times 7)=0.$$

Но какъ 60. 7=420, то и заключаю, что въ частномъ должно быть 6 десят. Вычитаю опять 42=*дес.*×7 изъ 463 и нахожу

$$43-\textit{еди.}\times 7=0.$$

Откуда усматриваю, что точнаго частнаго въ цѣлыхъ числахъ найти не можно; поелику 6. 7=42 и 7. 7=49. И такъ искомое частное содержится между 360 + 6 и 360+7, или между 366 и 367. Такое дѣлимое называется *неполнымъ*, а частное *неточнымъ*; и чтобъ совершенно удовлетворить вопросу, должны найти къ 366 еще новое частное, *меньше единицы*, которое, будучи помножено на 7 давало бы 1. Но, для сего потребно знаніе свойствъ дробей; почему въ настоящемъ случаѣ, довольствуемся *приближеннымъ вычисленіемъ* частнаго въ *цѣлыхъ* только числахъ. Поелику же неполное дѣлимое $=2563$, неточное частное$=266$, дѣлитель$=7$ и остатокъ$=1$, посему

$$2563=366.\ 7+1;$$

т. е. неполное дѣлимое равно неточному частному, умноженному на дѣлителя и плюсъ остатокъ. Словомъ, говоря вообще, пишемъ такъ:

$$нд'=(н.\ ч).\ д+ост.$$

Теперь понятно, почему въ дѣленіи, (противуположно сложенію, умноженію, ... и вычитанію), исчисленіе начинается *съ лѣвой руки;* и имянно: дѣлимое есть сумма частныхъ произведеній дѣлителя *на единицы, десятки, сотни, тысячи* и т. д. частнаго; почему нельзя различить произведеніе дѣлителя на единицы частнаго, дѣлителя—на десятки частнаго, *и проч.*; между тѣмъ, какъ изложеннымъ способомъ, если не достигаемъ до того, чтобы открыть *произведеніе на самыя большія единицы*, то по крайнѣй мѣрѣ, опредѣляемъ, въ какой части дѣлимаго онѣ заключаются.

§. 50.

Въ практикѣ все дѣлопроизводство (§ 48 и 49) сокращаютъ такимъ образомъ: *для раздѣленія даннаго числа* *на другое, состоящее изъ одной цыфры, дѣлителя ставятъ съ правой стороны дѣлимаго, отдѣляя ихъ знакомъ (:), а послѣ дѣлителя пишутъ (=); потомъ находятъ пробою высшую цыфру частнаго, ставятъ ее послѣ =; произведенiе дѣлителя, на найденную цыфру частнаго, вычитаютъ изъ дѣлимаго; изъ остатка находятъ слѣдующую низшую цыфру, которую ставятъ подъ первою найденною, т. е., противъ однородныхъ. Продолжая такимъ образомъ, получаютъ всѣ разряды цыфръ частнаго, коихъ сумма даетъ требуемый выводъ.* Такъ

2563:7=	300
2100	60
463	6
420	336
43	
42	
1	

§ 51.

Случай 2. Если дѣлимое и дѣлитель суть числа многосложныя, тогда дѣленiе производится почти также, какъ и въ предыдущемъ случаѣ. Такъ, раздѣляя 351702 на 702, нахожу, что, въ частномъ, не можно имѣть больше 3 цыфръ;

ибо 1000. 702=702000, число больше дѣлимаго; а потому и составляю

$$551702-(сот. \times 702+ дес. \times 702 + еди. \times 702)=0.$$

Но какъ 500. 702=351000; слѣд. надлежащее число сотенъ есть 500, посему, вычтя 351000=*сот.* $\times$ 702 изъ 351702, получаемъ по (§ 27, 11),

$$702-(едс. \times 702 + еди. \times 702)=0.$$

А поелику 10. 702=7020, даетъ число больше дѣлимаго, то цыфра десятковъ есть 0 и потому выраженіе обращается въ

$$702-(един.)\times 702=0;$$

откуда заключаемъ, что цыфра единицъ будетъ 1; и остатокъ нуль, а все частное равно 500+1=501 и есть точное; такъ что

$$350702=702\times 501.$$

Предлагаемъ еще примѣры:

```
6302012760090: 7002003=900000
6301802700000              30
-------------         ------
    210060090         900030
    210060090
    ---------
           0.
```