Иоганн Фогелин (ум. в Вене в 1549 г.),
преп. математики и физики в университете

Элементарная геометрия
по Эвклиду

Изд. Иоганном Сингреном
в 1528 г.
в Вене

ΠΑΛΕΟΤΥΠ

Vögelin Johann, geboren zu Heilbronn am Ende des 15. Jahrhunderts, gestorben zu Wien 1549, wohin er berufen worden war, um an der Stephansschule Mathematik zu lehren. Seit 1528[1)] lehrt er auch an der Universität. Sein Elementale ist in zahlreichen Neu- und Nachdrucken. Vögelin darf als der letzte Vertreter jener stattlichen Mathematikerschule bezeichnet werden, die mit Johannes von Gmunden (1380–1442) beginnend, der österreichischen Hauptstadt zur Zierde gereichte.

Allg. D. Biographie 40, pag 142.

Aschbach Wien. Un. 2, pag. 342

Cantor Gesch. d. Mathem. 2

Leipz. 1892 p. 291.

1) d. h. wohl seit Wintersemester 1527; in der vom 29. Februar 1528 datierten Widmung an Tanstetter sagt Vögelin, dass er im

abgelaufenen Winter auf Tannstetters Wunsch

„numerorum scientiam.... interpretatus est.“

ELEMENTALE GEOMETRICVM, EX EVclidis Geometria, a IOHANNE Vœgelin Haylpronnẽsi Collega ciuilis collegij Viennensis, ad omnium Mathematices candidatorum utilitatẽ decerptum.

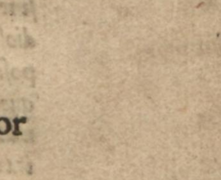
BRASSICANI.

Eximium fructum hic solida breuitate libellus
Continet, exacta tersus ubiq; fide
Dignus item vraniæ quem perlegat undiq; cultor
Si modo certa sua discere fruge uelit.

EXCVSVM in ædibus Ioãnis Singrenij. Anno &c̃. M. D. XXVIII.

Cum gratia & priuilegio Regiæ Maiestatis.

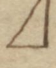
Josephus Abraamus dedit in [illegible]



EMINENTISSIMO VIRO GEORGIO TANSTETTER COLLIMITIO, artium & medicinarum Doctori peritißimo, & Mathematices in inclyto Viennensi Gymnasio professori ordinario perspicacißimo, patrono suo obseruandißimo, IOHANNES Vœgelin Haylpronnensis salutem.

CVM prælegẽdorũ Mathematum muneri me substituißes, cœpi illico cogitare, qua ratione tibi gratitudinem meam declararẽ, cumq; diu id me sollicitum dedißet, uidi tandem nulla re magis animum in te meum perspicuum fore, quàm si diligentem ac strenuam operam tibi locarẽ: Ea propter summum est mihi studium, non solum accurate quæ iubes legere, uerum etiam in his docendis eo uti ordine, quo Matheseos tyrones facillime erudiantur, & ad alios huius generis libros idonei auditores reddantur. Cum uero post numerorum scientiam quam hac hyeme tuo monitu interpretatus sum, neceßario tradenda putarim Elementa Geometrica, sine his enim frustra alias aggrediare disciplinas. Ideo propter omniũ studiosorum cõmoda, Ex Euclidis Geometria, eas duntaxat excerpsi propositiones, quæ in demonstratiõibus linearibus crebrius obuersãtur, quæque satis prope sunt ad disciplinarum culmen perducere. In quibus ordinandis pariter ac demonstrandis prudens non semel ab Euclide dißentio, ita enim rei breuitas & quam semper quæsiui facilitatem postulabant. Hunc ergo libellum obseruandißime Patrone tuo solerti examini submitto, non ambigens quin pro tua in me beneuolentia, errata reprehendas & commode dicta alacriter suscipias, meq; ut soles perpetuo prosequaris amore. Vale Viennæ ex ciuium Collegio, pridie Calendas Martias. Anno Christi 1528

Nadir vel oppositum solis altera parte.
v. Vertex ...

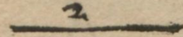


mathemata .i. disciplinae

ELEMENTALIS GEOMETRICI,

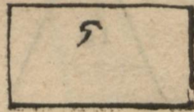
Caput primum.

Definitiones.



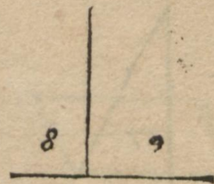
1 Punctus, est cuius pars nulla est.

2 Linea, est longitudo sine latitudine, Cuius quidem extremitates sunt duo puncta.



3 Linea recta, est ab uno pũcto ad aliũ breuissima extẽsio, in extremitates suas utrũq; eorũ recipiẽs

4 Superficies, est q̃ longitudinẽ & latitudinẽ tantũ habet. Cuius quidem termini sunt lineæ.



5 Superficies plana, est ab una linea ad aliã breuissima extensio, illas recipiens in suas extremitates.

6 Angulus planus, est duarũ linearũ alternus cõtactus, quarum expansio est super superficiem planam, applicatioq; non directa.

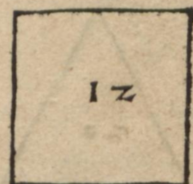
7 Angul⁹ rectilineus, est quẽ cõtinẽt duę lineę rectæ.

8 Angulus rectus, est vterlibet eorũ qui fiunt dũ recta linea super rectã steterit, duosq; angulos ex utraq; parte fecerit æquales.

9 Linea perpendicularis, est recta linea rectæ insistẽs duosq; circum se angulos rectos faciens.

10 Angulus obtusus, est qui recto maior est

11 Angulus acutus, est qui recto minor est.

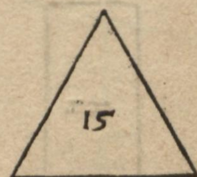


12 Terminus, est quod uniuscuncq; finis est

13 Figura est, quæ termino uel terminis clauditur.

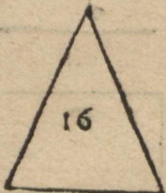
14 Rectilineæ figuræ, sunt q̃ rectis lineis cõtinentᷣ.

Rectilinearũ figurarũ, alia est trilatera, alia quadrilatera, alia multilatera.

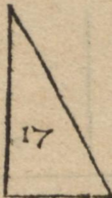


Triangulorum, alius isopleuros, id est, ęquilaterus, alius isosceles, id est, æquicrurus, alius scalenus.

15 Aequilaterus est qui tribꝰ æquis finit̃ lateribus.
16 Isosceles, qui duo tantū habet latera æqualia.

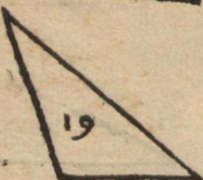


17 Scalenus, qui tribus inæq̃libus cõtinet̃ lateribꝰ.



Amplius triangulorū, alius est orthogonius, id est, rectangulus, alius oxygonius, id est, acutiangulus, alius amblygonius, id est, obtusiangulus.
18 Orthogonius, est qui unū habet rectū angulū.

19 Amblygonius, qui unū habet obtusum angulū



20 Oxygoniꝰ, ꝗ cūctos tres habet acutos angl̃os.

21 Quadrilaterarum figurarum, Quadratum est quod æquilaterum atqꝫ rectangulum est.
22 Tetragonus longus, rectangulus quidem est, sed æquilaterus non est.

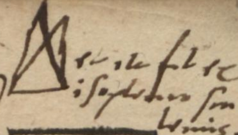
23 Rhombus, est qui æquilaterus quidem, sed rectangulus non est.
24 Rhõboides qui neqꝫ latera neqꝫ angl̃os ęquales habet, latera tñ opposita & angulos æquales habet
25 Trapezia, hoc est, mensulæ, omnes sunt, pręter has figuræ quadrilateræ.
26 Multilateræ figuræ pluribus q̃ꝫ quattuor clauduntur lineis.
27 Aequidistãtes lineæ sunt q̃ in eadem superficie collocatæ, atqꝫ in alterutram partem protractę non concurrunt, etiã si infinitum protrahãtur.

PETITIONES.

1 Omnes rectos angulos sibi inuicẽ esse æquales.
2 Si linea recta super duas rectas ceciderit lineas, duosqꝫ angulos ex una parte illius lineæ duobꝰ rectis angulis minores fecerit, has duas lineas in eandem partem protractas coniunctum iri. Et econtrario.

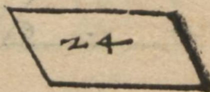
3 Duas rectas lineas superficiem nullam claudere.

4 Si in aliqͦ triangulo, alterū duorū laterū super basim stantium demittatur, alterum necessario uel breuius uel longius fieri. Quam nos hic quartā ponimus petitionem. Euclides septimā primi libri propositionem annotauit. Verum quia demonstratio eius difficilior uideri posset, incipienti primum discere elementa, & demonstrationibus linearibus non dum assueto. Qꝫ cꝫ ipsa petitioni proxima est, eiuscꝫ usus ad modū rarus, id propterea inter postulata eā annumerauimus.



Communes sententiæ.

1 Quecūcꝫ uni & eidem sunt æqualia, inter se sunt æqualia.



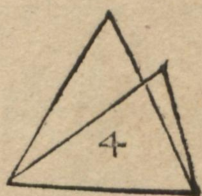
2 Si æqualibꝰ ęqualia addant̃, aggregata fiēt ęqualia.

3 Si ab æqualibus æqualia auferātur, residua erunt æqualia.

4 Si ab inæqualibus æqualia auferant̃, residua erūt inæqualia.

5 Si inæqualibus æqualia addant̃, aggregata erunt inæqualia.

6 Si duæ res fuerint uni duplices, ipsæ sibi inuicem erunt æquales.



7 Si fuerint duæ res quarū utracꝫ unius & eiusdē est dimidium, erunt sibi inuicem ęquales.

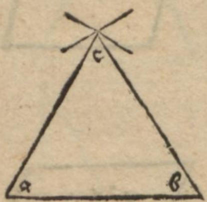
8 Siqua res alteri superponatur applicetur cꝫ ei, nec excedat altera alterā, hæ erunt sibi inuicē æquales. Et econtrario.

9 Omne totum maius est sua parte.

10 Totū ęquale est suis oībus partibus simul sumptis.

Propositio prima.

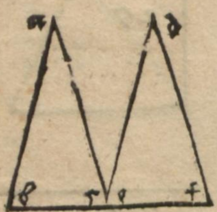
Supra datam rectam lineam triangulum æquilaterum collocare.



Sit data linea a b, sic super eam constituemus triangulũ æquilaterum. Posito pede circini immobili in a, alter extendatur secundum spaciũ lineæ a b, & circunductus scribat arcum occultum. Deinde circino non uariato pedem eius immobilem ponamus in b & alter circunductus priorem arcum secet in puncto c. Punctus ille sectionis c iungatur lineis rectis cum a & b punctis, & factus erit triangulus æquilaterus, Nam omnes hæ lineæ sunt uni æquales, ei scilicet quæ est inter extremitates pedum circini, quare per primam cõmunem sententiam, inter se sunt æquales. Aequicrurum haud aliter datæ lineæ superpones, nisi q̃ circinus amplius quàm est datæ lineæ spacium uel minus extendendus est. Scalemus tum fiet si circinus primo amplius deinde minus extẽditur q̃ est linea data

Secunda propositio.

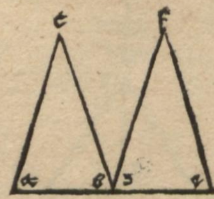
Quorumcunqꝫ duorum triangulorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, & anguli his æquis lateribus contenti ęquales, erit basis basi, & reliqui anguli æquis lateribus contenti, alter alteri, & totus triangulus toti triangulo æqualis.



Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; latus a b æquale lateri d e. Et latus a c æquale lateri d f, & angulus a æqualis angulo d. Dico basim b c æqualem esse basi e f, & angulum b angulo e, & angulum c angulo f, & totam trianguli a b c superficiem, superficiei trianguli d e f æqualem. Nam finge lineam d e superponi & accõmodari a b lineæ, neutra igitur alteram excedet per conuersionem octauæ conceptionis, positæ enim sunt æquales, & punctus d cadet super a punctum, & similiter e punctus super b. Quia uero angulus a positus est æqualis angulo d, neceßario cadet linea d f super lineam a c & propter præstructam æqualitatem earum, incidet f punctus puncto c & erit cum eo unus punctus, quapropter basis e f cadet super basim b c ita ut fiat cum ea, linea una, alioqui duæ rectæ lineæ clauderent superficiem, quod est contra petitionem tertiam, & quia neutra alteram excedit, terminantur enim ijsdem punctis, sunt igitur equales. Rursus angulus e superpositus est angulo b & eum non excedit, neq; ab eo exce ditur, est ergo ei æqualis. Haud aliter angulus f æqualis probatur angulo c. Præterea totus triangulus d e f toti triangulo a b c superpositus est, ipsum neq; excedens, neq; ab eo superatus, quapropter concluditur ei æqualis propter octauam communem sententiam.

Tertia Propositio

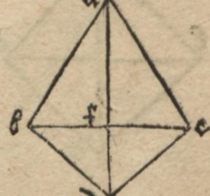
Si tria latera unius trianguli fuerint æqualia tribus lateribus alterius trianguli, qui continentur æquis lateribus anguli æquales erunt.

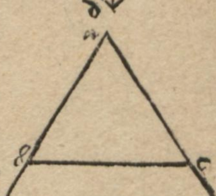


Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; latus a c æquale lateri d f, & b c æquale e f & a b æquale d e. Dico angulum c esse æqualem angulo f & angulũ a angulo d & angulũ b angulo e, hij enĩ lateribus relatiuis & æqualibus continentur. Nam superponatur basis d e basi a b, neutra itaq;, quoniam positæ sunt æquales, alteram longitudine uincet. Punctus igitur f non cadet aliò quàm super punctum c. Nam si aliò caderet, tunc alterutra linearum aut d f aut e f demitteretur, quare per ultimam petitionem altera breuior fieret. Verbi gratia, si linea d f demitteretur ita quidem ut maneret æqualis lineæ a c, tunc e f linea decresceret necessario & minor fieret quàm b c linea, quod est cõtra hypothesim, sunt enim positæ æquales. Igitur non potest punctus f alibiq̃ in c cadere postq̃ d e superposita fuerit a b lineæ. Necessario etiam cadet d f linea super a c lineam & f e super c b, aliter enim duæ rectæ lineæ clauderent superficiem. Ea propter erunt omnes anguli relatiui, hoc est, æquis lateribus contenti inter se æquales per octauam conceptionem. Nam sibi inuicem superpositi prorsus congruũt ac quadrant.

Quarta Propositio.

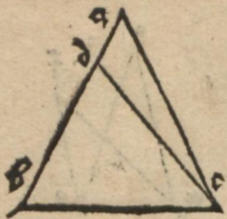
Trianguli æquicruri, qui supra basim sunt anguli, sibi inuicem æquales sunt. Q; si latera æqualia protrahant̃, anguli q̃q; sub basi erũt æquales.





Sit triangulus a b c, cuius latus a b sit æquale lateri a c. Dico angulum a b c esse æqualem angulo a c b. Nam super basim b c in alteram partem construatur triangulus siue æquilaterus siue æquicrurus, idq; per primam propositionem huius capitis qui sit b d c, & puncta a d iungantur linea recta, quæ secet basim in puncto f. Intelligo itaq; duos triangulos a b d & a c d, quorum latera unius sunt æqualia lateribus alterius. Est enim a b æquale a c per hypothesim b d uero æquale ipsi c d per primam huius, & a d est utriq; triangulo commune, ergo per præcedentem angulus b a d est æqualis angulo c a d, quod memori serua mente. Rursus alios duos triangulos intelligo scilicet a b f & a c f, quorum duo latera unius sunt æqualia duobus lateribus alterius. Nam b a est æquale a c per hypothesim, & a f utriq; cōmune, anguli præterea contenti his æquis lateribus sunt æquales, ut modo ostendimus, ergo per secundam huius angulus a b f, æquatur angulo a c f quod erat demonstrandum. Secunda pars patebit demonstrata decima propositione.

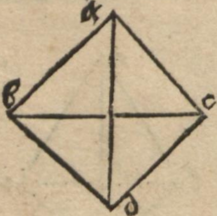
Quinta propositio.



Si cuius trianguli, anguli supra basim fuerint æquales, latera seu crura illius trianguli erūt æqualia.

Sit triangulus a b c cuius anguli supra basim b & c sint æquales, dico latera eius a b & a c eße æqualia. Quia si non sunt æqualia, erit alterum eorū longius, & sit illud a b. Resecetur ergo ad æqualitatem in puncto d, ut d b sit æqualis a c, & trahatur linea d c. Intelligo itaq; duos triangulos a b c totalem, & d b c partialē. Et quia duo latera unius ponūtur æqualia duobus lateribus alterius, latus scilicet d b æquale lateri a c, ipso b c existente communi, anguli etiam his æquis lateribus contenti sunt positi æquales, per secundam itaq; huius, trianguli ipsi erunt inter se æquales, ut a b c triangulus totus, triangulo d b c partiali, quod est impoßibile.

Sexta propositio.

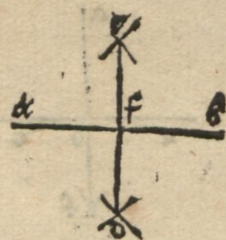


Datum angulum per æqualia diuidere.

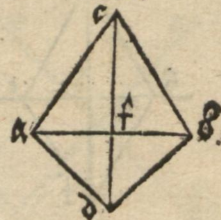
Sit datus angulus in duo æqualia secandus. A. Lineæ ipsum continentes si fuerint inæquales, resecentur ad æqualitatem, sintq; a b & a c. Et trahatur linea b c, super qua cōstituatur triangulus siue æquilaterus siue æquicrurus b d c, & cōtinuentur puncta a d linea recta. Ea ipsa angulum datū diuidet. Intelligo enim duos triangulos b a d & c a d quorum latera unius sunt æqualia lateribus alterius. Nam a b æquale est a c per hypothesim, & b d æquale c d per primam huius, & a d utriq; triangulo commune, Per tertiam itaq; angulus b a d æquatur angulo c a d, continentur enim lateribus æqualibus. Quare patet propositum.

Septima Propositio.

Datam lineam rectam per æqualia secare.



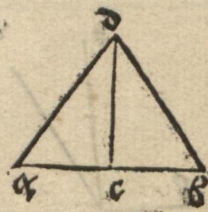
Sit linea diuidenda a b. Pone pedem immobilem circini ut libet diducti primo in a, & altero pede circunducto fac duos arcus occultos, alterum supra lineam, alterum infra. Deinde circino non uariato pes immobilis ponatur in b & alter circunductus intersecet arcus modo signatos, superiorem quidem in puncto c, inferiorem uero in d. Has sectiones iunge linea recta c d, quæ secet lineam a b in puncto f. Dico itaq; lineā a b datam, in puncto f diuisam per æqualia. Propter demonstrationis euidentiam fac triangulos manifestos continuans utramq; sectionem cum extremitatibus datæ lineæ. Intelligo enim duos triangulos c a d & c b d, quorū latera unius sunt æqualia lateribus alterius, quare per tertiam angulus c unius est æqualis angulo c alterius. Rursus intelligo alios duos triangulos c a f & c b f, quorum duo unius latera sunt æqualia duobus lateribus alterius. Nam a c est æquale c b, eadem enim circini extensione facta sunt. Et c f utriq; triangulo cōmune, anguli quoq; his æquis lateribus contenti sunt æquales, ut modo ostensum est, ergo per secundam basis a f est æqualis basi f b quod erat demonstrandum.



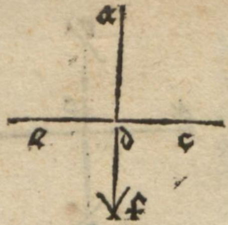
Octaua Propositio.

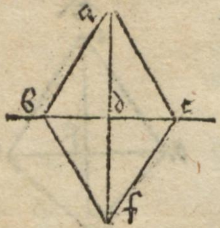
A puncto in linea signato perpendicularē educere.

Sit data linea a b, a cuius puncto c sit educenda perpendicularis. Signa itaq; in linea data officio circini duo pūcta æquali interuallo a puncto c dissita, sintq; a & b. Postea pone pedem inmobilem circini utcunq; extensi in a & altero circumgirato occultum fac arcum. Deinde circino nō uariato & pede eius immobili posito in b prior arcus secetur in puncto d, a quo ad c deijciatur linea recta. Hanc dico esse ad a b perpendicularem. Propter demonstrationem fac triangulum manifestum coniuncto d puncto cum a & b punctis. Intellige ergo duos triangulos a d c & b d c, qui sunt omniū inter se laterum æqualium, est enim a d æqualis d b ut quæ eadē circini distensiōe delineatæ sunt, latus quoq; a c ex hypothesi est æquale c b lineæ, & d c utriq; est communis, quapropter per tertiam huius angulus c unius est æqualis angulo c alterius, uterq; igitur per diffinitionem anguli recti, est rectus. Linea itaq; d c perpendicularis est ad lineam a b per diffinitionem lineæ perpendicularis. Animaduertendum est, operæprecium esse, spacio plani in quo trahenda est perpendicularis permittente, si duæ fierent decussationes seu intersectiones, altera supra lineam, altera infra, modo quo usi sumus in propositione septima. Sic enim exactius trahetur perpendicularis.



Nona Propositio.

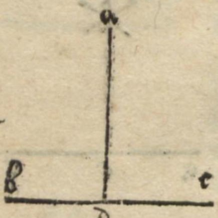


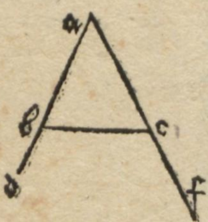


A puncto extra lineam datam signato, ad eam demittere perpendicularem.

Sit punctus a, & linea ad quam deducenda est a puncto a perpendicularis sit b c. Ponatur ergo circini pes immobilis in puncto a & altero pede notentur duo puncta in linea data quæ sint b c. Deinde circino non uariato pedem immobilē primo in b pone, & altero scribe arcum occultum. Deinde eodem immobili pede in c posito priorem arcum interseca in puncto f. Hunc cum puncto a continua linea recta a f quæ secet datam lineam b c in puncto d, Ea perpendicularis est super lineam datam. Propter demonstrationē, trahe à punctis a & f ad pūcta b c lineas rectas. Ex processu itaq; propositionis septimæ patet lineam b c diuisam esse in puncto d per æqualia. Intellige ergo duos triangulos a b d & a d c qui sunt omnium laterum æqualium ut patet. Quare per tertiam angulus d unius est æqualis angulo d alterius, ergo uterq; rectus per diffinitionem anguli recti, linea itaq; a d perpendicularis est ad lineam b c per diffinitionem lineæ perpendicularis.

Decima Propositio.





Linea recta super rectam stans, facit cum ea duos angulos aut rectos aut duobus rectis equales.

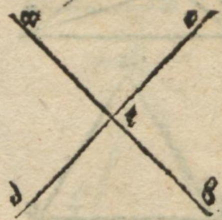
Sit linea a d stans super lineam rectam b c, dico angulos quos cum ea facit aut esse rectos aut duobus rectis æquales. Nam si linea superstans est ad eam cui superstat perpendicularis ut in priori figura, patet propositum per diffinitionem lineæ perpendicularis. Si uero non fuerit perpendicularis ut in secunda figura, emittatur per octauam, ex puncto d perpendicularis quæ sit d e. Clarum igitur est angulos rectos qui fiunt à linea perpendiculari, scilicet e d b, & e d c tantum occupare spacij quantum tenent duo anguli quos facit linea non perpendicularis d a, hoc est anguli a d b & a d c, quare hij duo illis duobus sunt æquales per octauam communem sententiam. Ex hac propositione liquet ueritas secūdæ partis quartæ propositionis. Si trianguli æquicruri æqualia latera protrahantur angulos sub basi esse æquales. Sit enim triangulus æquicrurus a b c, & protrahantur latera eius æqualia a b & a c usq; ad d & f. Dico angulos sub basi scilicet d b c & f c b esse æquales. Nā prima pars eiusdem quartæ demonstrauit angulos supra basim scilicet a b c & a c b esse æquales. Præsens uero docet angulos a b c & d b c simul æquari duobus rectis, similiter duos a c b & b c f duobus rectis æquales. Per primam itaq; petitionem duo anguli a b c & c b d simul æquantur duobus pariter angulis a c b & b c

6

f. Si ergo ab æqualibus demantur æqualia scilicet anguli supra basim, relinquentur per tertiam communem sententiam, anguli sub basi æquales, quod erat demonstrandum.

Vndecima Propositio.

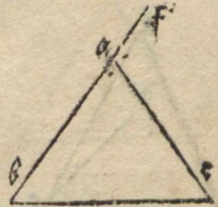
Si duæ rectæ lineæ se secent, angulos contrapositos facient æquales.



Sint duæ lineæ rectæ a b & c d secantes se in puncto e. Dico angulos contrapositos, hoc est a e c & d e b uel c e b & d e a esse æquales. Vocamus autem angulos contrapositos, qui nullo communicant latere. Per præcedentem enim duo anguli a e c & c e b æquantur duobus rectis, similiter duo anguli d e b & b e c rectis duobus pares sunt. Quapropter per primam petitionem duo anguli a e c & c e b aggregati æquales sunt duobus angulis d e b & b e c simul sumptis. Ergo ab æqualibus ablato angulo c e b communi, erũt per tertiam communem sententiam residui a e c & b e d inter se æquales. Nõ aliter probabis duos angulos c e b & d e a inter se æquales esse.

Duodecima Propositio.

Omnis trianguli uno latere producto, extrinsecus angulus utrolibet intrinseco sibi opposito maior erit.



Sit triangulus b a c & protrahatur latus b a in directum usq; ad f. Dico angulum f a c extrinsecum maiorem esse utrolibet angulo sibi intrinsecus opposito scilicet uel angulo b uel angulo c Nam per decimam angulus f a c cum angulo c a b æquatur duobus rectis. Sed angulus c b a cũ angulo c a b minores sunt duobus rectis. Linea enim f b cadit super duas lineas a c & b c concurrentes in puncto c, ergo per conuersionem secundæ petitionis facit ad partem cõcursus duos angulos minores duobus rectis. Constat igitur duos angulos f a c & c a b simul esse maiores duobus angulis c b a & c a b simul sumptis. Dempto ergo ab inæqualibus eodem communi scilicet angulo c a b, remanebunt per communem scientiam residua inæqualia scilicet angulus extrinsecus f a c maior angulo c b a intrinsecus sibi opposito, Simili modo probabis angulum f a c maiorem esse angulo a c b.

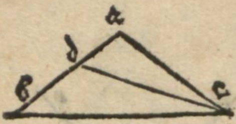
2

Decimatertia propositio.

In oĩ triãgulo, maiori angulo maius latus opponit'

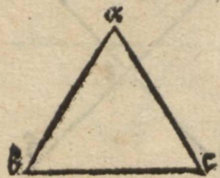
Sit in triangulo a b c angulus a maior angulo c. Dico latus b c

maius eſſe latere a b. Nam ſi b a linea minori angulo ſubtenta æqualis eſt b c lineæ, erit per quartam angulus a æqualis angulo c quod eſt contra hypotheſim. Quod ſi dicatur a b maior eſſe q̄ b c, reſecetur ad æqualitatem in puncto d, ita ut b d ſit æqualis b c. Et quia per quartā angulus b c d æquaretur angulo b d c, āgulus uero b d c per præcedentem maior eſt angulo b a c angulus igitur b c d maior eſſet angulo a, quare multo magis angulus b c a ſuperaret angulū a quod idem eſt contra hypotheſim.



Decimaquarta propoſitio.

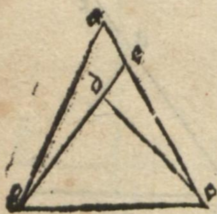
Omnis trianguli, duo quælibet latera ſimul ſumpta ſunt tertio maiora.



Sit triangulus a b c dico duo latera a b & a c ſimul iuncta, longiora eſſe latere b c. Si enim eſſent aut æqualia aut minora eo, non poſſent concurrere in angulum a. Nam ſi eſſent æqualia lateri b c, tunc ſe contingendo iacerent ſupra lineam b c, & fierent cum ea linea una. Si uero breuiora eſſent, non poſſent ſe contingere, neq; in angulū cō currere

Decimaquinta propoſitio.

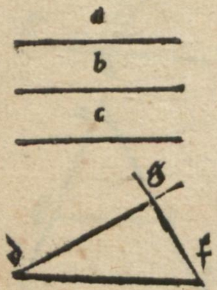
Si in uno quolibet trianguli latere a finibus eius duę rectæ lineæ interius concurrant, angulum facient maiorem eo qui a reliquis eiuſdem trianguli lateribus continetur.



Sit triangulus b a c ſuper cuius latere b c duæ rectæ conſtitutæ angulum faciant b d c, dico eum maiorem eſſe angulo b a c contento à reliquis duobus lateribus. Nā protrahatur linea b d uſq; dū ſecet latus a c in pūcto e. Erit igitur angulus b d c per duodecimā huius maior āgulo b e c & per eādē angulus b e c maior angulo b a e, multo igitur maior erit angulus b d c angulo b a c quod fuit demonſtrādū.

Decimaſexta propoſitio.

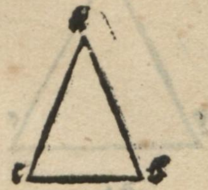
Ex tribus datis lineis triangulum conſtituere.



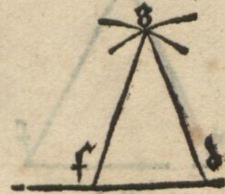
Sint tres lineæ datæ a. b. c. ita ut quælibet duæ ſimul iunctæ ſint tertia maiores. Id enim neceſſarium eſt per decimā quartam. Pone pedem immobilē circini extenſi ſpacio lineæ b in altero termino lineæ a. uerbi gratia in d. & altero circunducto pede occultum ſcribe arcum. Deinde circino extenſo ſecundum quantitatem lineæ c & pede eius immobili poſito in termino f, priorem arcum interſeca in puncto g. Ab hoc interſectio nis puncto trahe ad terminos lineæ a, rectas & habebis triangulum quē optabas.

Decimaseptima propositio.

Super punctum datum in linea recta, describere angulum dato angulo æqualem.

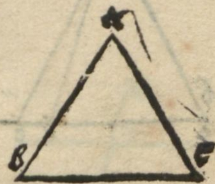


Sit punctus d datus in linea data, & angulus a b c datus. Subtēde eum recta linea c a. Reseca igitur ex linea data d f lineam æqualem c b. Deinde circino diducto secundum quantitatem lineæ a b & pede eius immobili posito in d scribatur arcus occultus. Postea circinum pro spacio lineæ c a extende, & pede eius in f posito priorem interseca arcum in puncto g. A quo ad punctum d trahe rectam. Hæc cum data linea continebit angulum g d f æqualem angulo b dato. Nam propter demonstrationē ducatur linea f g. Erunt ex hypothesibus latera trianguli f g d æqualia lateribus trianguli a b c, ergo per tertiam angulus g d f æqualis est angulo a b c. Cōtinentur enī æquis lateribus.

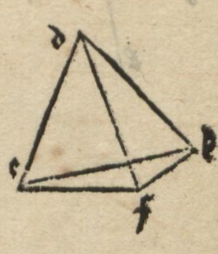


Decimaoctaua propositio.

Si duorum triangulorum duo latera unius fuerint æqualia duobus lateribus alterius, et anguli cōtenti his æquis lateribus fuerint inæquales, erit illius basis maior cuius lateribus angulus amplior continetur,

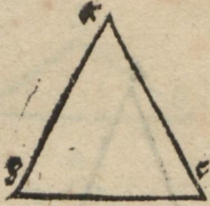


Sint duo trianguli a b c, e d f, & latera duo prioris a b & a c sint æqualia duobus lateribus posterioris d e & d f, & angulus a maior angulo d. Dico basim b c maiorem esse basi e f. Nā super puncto d lineæ d e locetur per præcedentem angulus æqualis angulo b a c, sitq; is e d g & linea d g sit æqualis a c subtendaturq; basis e g, quæ necessario erit æqualis basi b c in triangulo a b c. Quapropter si probauerimus e g maiorem esse e f, erit quoq; probatum b c eadem esse maiorem. Trahatur f g linea. Et quia d g posita est æqualis d f, igitur per quartam angulus d f g est æqualis totali angulo d g f, ergo idem angulus d f g erit maior partiali angulo e g f, quare multo maior erit angulus e f g, angulo e g f. Latus igitur e g maius est per decimamtertiam latere e f quod erat demonstrandum.

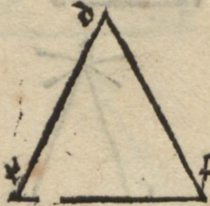


Decimanona propositio.

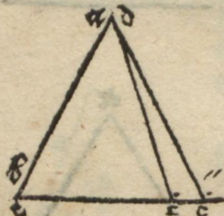
Si super bases duorum triangulorum anguli iacen-



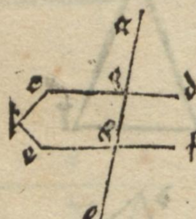
tes fuerint æquales, & uel basis unius æqualis basi alterius, aut unum latus unius, lateri alterius se respicienti æquale, erunt reliqua latera reliquis æqualia alterum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo.



Sint duo trianguli a b c, d e f & angulus b sit æqualiss angulo e, & angulus c angulo f. Sitq; basis b c æqualis basi e f, aut unum ex latersbus trianguli a b c æquale suo relatiuo lateri trianguli d e f. Dico reliqua latera, reliquosq; angulos esse æquales. Sint primo bases æquales, & intelligatur basis e f superponi basi b c, quæ cũ sint æquales, necesse est punctũ e cadere super punctũ b, & punctũ f super c. Et propter æqualitatẽ angulorũ & cõuersionẽ octauæ cõceptiõis, necesse est lineã e d cadere super a b, & d f super a c, non ergo erit possibile ut latera huius ulterius aut citerius lateribus alterius concurrant, erunt igitur æqualia, & anguli ab eis contenti æquales per octauã conceptionem, Ponatur secundo latus d e æquale lateri a b. Et alterum alteri fingatur superponi, propter æqualitatem ergo eorum punctus d cadet super a punctum & e super b, linea deniq; e f supra b c lineam cadet propter æqualitatẽ angulorũ & conuersionem octauæ conceptionis. Quod si d f congruerit etiam ipsi a c, concludes per octauam cõceptionem propositum. Sin uero d f ceciderit aut intra aut extra triangulum semper sequetur angulum extrinsecũ esse æqualem angulo intrinseco sibi opposito, cuius contrariũ demõstrauit propositio. 12.



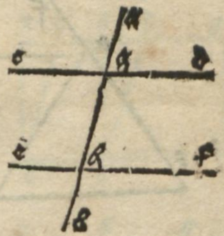
Vicesima propositio.



Si linea recta duas lineas rectas secando fecerit angulos coalternos æquales, aut angulum extrinsecum angulo intrinseco ex eadem parte sumpto æqualẽ, aut duos intrinsecos ex eadẽ parte, duobus rectis equales, lineę sectę equidistabũt

Linea a b secet c d & e f lineas, c d quidem in puncto g. e f uero in puncto h. Et faciat primo angulos coalternos sibi inuicem æquales, hoc est, angulum d g h angulo e h g aut angulũ f h g angulo c g h, sic enim sumpti coalterni dicuntur. Dico lineas c d & e f æquidistare. Si autem non, productæ concurrant uerbi gratia in k. Trianguli ergo g k h angulus d g h extrinsecus æqualis est angulo k h g intrinseco sibi opposito, aut angulus f h g extrinsecus angu lo k g h intrinsico sibi opposito, hoc aũt per. 12. ꝓpositionẽ impoßibile est, igitur c d & e f ꝓductæ minime cõcurrũt, ergo per diffinitionẽ sũt æqui distãtes. Secũdo faciat linea a b ãgulũ aliquẽ extrĩsecũ æqualẽ intrĩseco sibi opposito ex eadẽ parte, dico nihilo minus lineas c d & e f æquidistare. Et sit exẽpli causa angulus a g d extrinsecus æqualis intrinseco g h f. Quoniam angulus a g d æqualis est per hypothe. angulo g h f. Et per undecimam idem angulus a g d æqualis est c g h angulo, igitur per primam communem sententiam anguli c g h & g h f inter se sunt æquales. Et hi sunt coalterni, ergo per primã huius propositionis partem lineæ c d & e f sunt æquidistãtes. Tertio faciat linea a b duos angulos intrinsecos ex eadem parte, æquales duobus rectis, ut d g h & f h g, dico lineas c d & e f æquidistare, quoniam anguli d g h & f h g per hypothesim sunt æquales duobus rectis, & per decimam anguli d g h & c g h etiã æquantur duobus rectis, ergo per primum postulatum anguli d g h & f h g æquales sunt angulis d g h & c g h, ablato ergo cõmuni angulo d g h relinquitur per tertiam communem sententiam, angulus c g h æqualis angulo f h g, sed hi sunt coalterni, ergo per primam partem huius propositiõis lineæ c d & e f æquidistant.

Vicesima prima propositio.

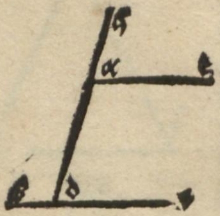


Si linea recta duas æquidistantes secuerit; faciet angulos coalternos æquales. Extrinsecum intrinseco ex eadem parte sumpto æqualem. Et duos intrinsecos ex eadem parte æquales duobus rectis.

Repetatur prior figura in qua ponãtur c d & e f æquidistantes. Prima pars propositionis sic demonstratur. Nam si anguli coalterni ut c g h & f h g non sunt æquales, erit alteruter eorum maior, sitq; c g h maior. Quoniam igitur c g h maior est angulo f h g ponatur communis angulus d g h, anguli ergo per quintam conceptionẽ c g h & d g h maiores sunt angulis d g h & f h g, sed per decimam anguli c g h & d g h æquales sunt duobus rectis, ergo anguli d g h & f h g minores sunt duobus rectis, ergo per secundam petitionem c d & e f protractæ concurrunt, non igitur sunt æquidistantes quod est contra hypothesim, angulus igitur c g h æqualis est suo coalterno f h g.

Secunda pars ostenditur. Nam ut modo ostensum est angulus c g h æqualis est angulo f h g, & per undecimam idem angulus e g h æqualis est angulo a g d, per primam igitur conceptionem angulus a g d æqualis est angulo f h g extrinsecus scilicet intrinseco ex eadem parte.

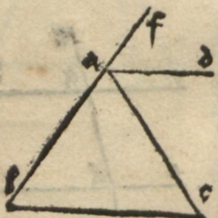
Tertia pars ostenditur. Nam angulus e g h æqualis est per primam huius partem angulo f h g, posito ergo communi angulo d g h, erunt duo anguli per secundam petitionem e g h & d g h æquales duobus angulis f h g & d g h, sed per decimam duo anguli e g h & d g h æquales sunt duobus rectis, ergo & duo anguli f h g & d g h æquales sunt duobus rectis, quod erat demõstrandũ.



Vicesima secunda propositio.

A puncto extra lineam datam assignato, educere æquidistantem datæ lineæ.

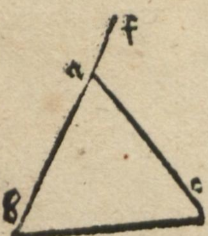
Sit linea data b c, & punctus extra eam assignatus a. Trahe lineam occultam h a d utcunq; contigerit, deinde super puncto a colloca angulum h a e extrinsecum protracta linea a e, æqualem angulo a d c intrinseco ex eadem parte. Constat igitur per secundam partem uicesimæ lineam a e æquidistare lineæ b c.



Vicesima tertia propositio.

Cuiuslibet trianguli angulus extrinsecus æqualis est duobus angulis intrinsecis sibi oppositis.

Sit triangulus a b c & protrahatur latus b a in f, dico angulum f c a extrinsecum æqualem esse duobus intrinsecis & oppositis, scilicet angulis b & c. Ducatur per præcedentem a puncto a, linea a d æquidistans b c lineæ. Et quia a d æquidistat b c lineæ & in ipsam incidit f b, erit per secundam partem uicesimæ primæ angulus f a d extrinsecus æqualis intrinseco ex eadem parte angulo a b c. Rursus quia parallelæ sunt a d & b c, & eas secat c a, igitur per primã partem eiusdem 21. angulus d a c æqualis est sibi coalterno angulo a c b. Totus igitur f a c extrinsecus æqualis est duobus intrinsecis & oppositis c b a & a c b.

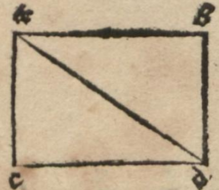


Vicesima quarta propositio.

Cuiuslibet trianguli tres anguli æquales sunt duobus rectis.

Nam per præcedentem angulus f a c extrinsecus æqualis est duobus angulis intrinsecis & oppositis c b a & a c b, addito ergo utrisq; communi angulo c a b, erunt duo anguli f a c & c a b æquales tribus a b c, a c b, c a b, sed per decimam duo anguli f a c & c a b æquales sunt duobus rectis, tres igitur a b c, a c b, & c a b duobus rectis sunt æquales quod erat demonstrandum.

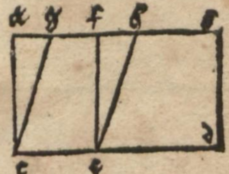
Vicesima quinta propositio.

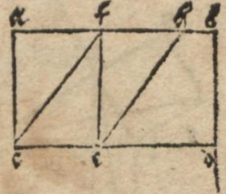


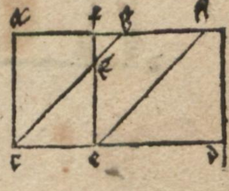
Diameter parallelogrammi, diuidit ipsum per æqualia.

Sit parallelogrammum a b c d, cuius diameter sit a d. Dico hac diametro parallelogrammum æqualiter secari. Quoniam a b & c d æquidistant, & super eas cadit a d, est per primam partem uicesimæ primæ angulus b a d suo coalterno a d c æqualis. Rursus quoniã a c & b d sunt parallelæ, & eis incidit a d erit per eandem 21. b d a suo coalterno c a d æqualis. Sunt itaq; duo trianguli a b d & a c d, & anguli bini super communem basim a d sunt æquales, per decimam nonam ergo reliqui anguli & latera sunt æqualia, quare per secundã propositionẽ triangulus triangulo æqualis. Hinc etiam diligenter intuenti patet latera cuiuscunq; parallelogrammi opposita esse æqualia.

Vicesima sexta propositio.







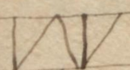
Omnia parallolegramma super eãdem basim atq; in lineis alternis collocata, sunt æqualia.

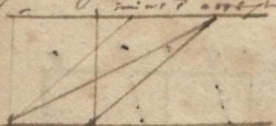
Sint lineæ alternæ, hoc est, æquidistantes a b & c d, inter quas super eandem basim c e sint collocata duo parallelogramma .s. a c e f & g c e h, dico ea esse æqualia. Et sit primo ut g cadat inter a & f. Et quia a f est æqualis g h, cum utraq; sit æqualis c e, ergo ablata cõmuni g f remanebunt a g & f h æquales, & a c est æqualis f e propter æquidistantiam, angulus quoq; h f e extrinsecus est æqualis angulo g a c intrinseco per secundam partem uicesimæ primæ. Cum ergo duorũ triangulorum h f e & g a c duo latera unius sunt æqualia duobus lateribus alterius, & anguli æquis lateribus contenti æquales, erit per secundam alter triangulorum alteri æqualis, addito ergo eis communi trapezio f g c e erunt aggregata, hoc est, dicta parallelogramma æqualia. Secundo cadat g in ipsum punctum f ut in secunda figura. Et quia f a est æqualis h f, cum utraq; sit æqualis c e opposita, & a c æqualis f e opposita, & angulus h f e æqualis angulo f a c intrinsecus scilicet extrinseco, per secundam itaq; erunt trianguli f a c & h f e æquales, addito ergo utriq; triangulo communi f c e, erunt per conceptionem aggregata a f c e & h f c e, hoc est, ipsa parallelogramma æqualia. Tertio cadat g extra f ut in tertia figura. Et quia a f est æqualis g h, addita ergo communi f g, erit a g æqualis f h, & erit propter prius dicta triangulus g a c æqualis triangulo h f e, ablato ergo ab utrisq; communi triangulo f k g, quæ relinquuntur trapezia erunt æqualia, scilicet a f k c, & g k e h. Quibus si addatur communis triangulus c k e, erunt aggregata æqualia, quod erat demonstrandum.

Vicesima septima propositio.

Si super unam basim & inter lineas æquidistãtes, parallelogrammum & triangulus ponant̃ parallelogrammum triangulo duplum erit.

Sint ut prius duæ lineæ a b & c d æquidistãtes, inter quas super basim c e sit parallelogrãmũ a c e f & triãgulus g c e, dico parallelogrãmũ duplũ esse triangulo. Nã ducatur à pũcto e linea e h æquidistãs c g. Per præmissã ergo parallelogrãmũ c g e h æquale est parallelogrãmo a c e f. Sed per 25. e g cũ sit diameter parallelogrãmi c g e h, diuidit ipsum per æqualia, quapropter triangulus c g e est dimidium parallelogrammi c g e h, quare etiã parallelogrãmi a c e f quod est propositũ.

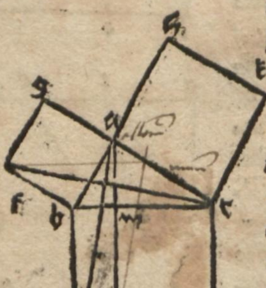


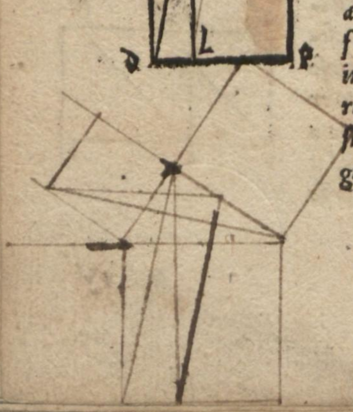


Vicesima octaua propositio

In omni triangulo rectangulo, quadratum lateris oppositi angulo recto, æquale est duobus quadratis reliquorum duorum laterum.

Sit triangulus a b c, cuius angulus à rectus. Quadrentur tria eius latera, sitq; quadratũ lateris b c oppositi angulo recto, b c d e, dico ipsum esse æquale reliquis duobus quadratis, scilicet a b f g, a h c k, quæ sunt laterum angulum rectum continentium. Ducatur enim ab angulo recto a ad basim d e, quadrati b c d e, perpendicularis quæ secet b c in m & d e in l. Hæc perpendicularis diuidit quadratum lateris obtenti angulo recto in duo parallelogramma scilicet b m d l, & m l c e, quorum sinistrum dico esse æquale quadrato sinistro, & dextrũ quadrato dextro. Horum utrũq; eodem modo probatur. Nam trahantur lineæ a d & c f & probabimus quadrangulum sinistrũ, scilicet b m d l, æquale esse quadrato sinistro, scilicet f g b a hoc modo. Nam quadratũ f g b a duplum est triangulo f b c per præcedentem, constituũtur enĩ inter lineas æquidistantes g c & f b super eandem basim f b. Similiter rectangulum b m d l duplũ est triangulo a b d. Nam super eandẽ basim b d inter lineas æquidistantes b d & a m l ponuntur. Sed trianguli dicti sunt æquales ut mox probabitur, ergo rectangula ipsa ad æqua-





es triangulos dupla, sunt inter se æqualia per sextā conceptionē. Triangulos æquales esse sic patet. Sunt enim latera f b & c b trianguli f b c æqualia lateribus a b, b d trianguli a b d, alterum alteri, anguli insuper his æquis lateribus cōtenti sunt æquales, scilicet f b c & a b d, uterq; enim constat angulo recto & angulo communi a b c, sunt igitur per secūdam trianguli æquales. Eodem modo ostendes dextrum rectangulum c m l e æquale esse quadrato dextro h a c k, ductis lineis a e & b k. Totum ergo quadratum b d c e, æquale est duobus quadratis a b f g & a h c k quod erat demonstrandum.

CAPUT SECUNDUM de Circulis.

Definitiones.

Circulus est figura plana, una linea contenta, in cuius medio punctus est, a quo omnes lineæ rectę ad circumferentiam exeuntes, sibi inuicem sunt æquales.

Circumferentia, est linea continens circulum.

Centrum, est medius ille punctus in circulo.

Diameter circuli, est linea recta quę per eius centrū transiens, extremitatesq; suas circūferentiæ applicans, circulum in duo media diuidit.

Semicirculus est figura plana, diametro circuli & medietate circumferentiæ contenta.

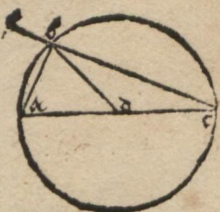
Portio circuli est figura plana, recta linea & partę circumferentiæ contenta, semicirculo aut maior aut minor.

Circulū linea cōtingere dicitur, quæ cū circulū tangat, in utranq; partem eiecta eū non secat.

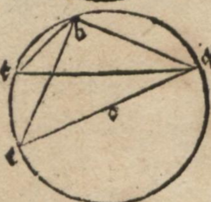
Chorda, est recta linea portionē circuli continens.

Angulus supra arcum consistere dicitur, qui a qlibet puncto arcus, ad terminos chordę duabus lineis rectis exeuntibus, continętur.

Angulus consistere supra centrum dicit̃, qui a duabus lineis rectis a centro ad circumferentiã protractis continetur.



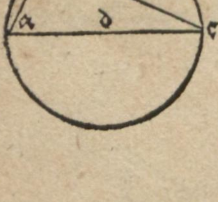
Prima propositio.



Angulus rectilineus, in semicirculo supra arcũ consistens rectus est. In portione uero minore, semicirculo consistẽs, obtusus. Et in portione, semicirculo, maiore acutus est.

Sit circulus a b c, cuius diameter a d c, & in semicirculo a b c consistat angulus rectilineus a b c, dico eum esse rectum. Nam ducatur b d, & protrahatur c b ad e. Et quia lineæ d b & d a per definitionem circuli sunt æquales, erit per quartam primi capitis angulus d b a æqualis angulo d a b. Similiter propter æqualitatem linearum d b & d c, angulus d b c æqualis est angulo d c b. Totus itaq; angulus a b c æqualis est duobus angulis d a b & d c b. At eisdem æquatur per. 23. primi cap. angulus extrinsecus e b a, ergo per primam communem sententiam angulus e b a æqualis est angulo a b c, ergo per definitionem anguli recti, uterq; est rectus, patet igitur propositum. Rursus in portione c b a minore semicirculo, consistat angulus rectilineus c b a, dico eũ esse obtusum. Ducatur per centrum circuli quod sit d linea a d e, & iungatur b e. Et quia angulus a b e consistit in semicirculo, ideo per primã partem huius propositionis est rectus, sed angulus a b c est maior eo, per definitionem igitur obtusus est. Porro in portione a b c semicirculo maiore consistat angulus rectilineus a b c, dico eum esse acutũ. Ducatur per centrum linea a d e & linea b e. Et quia angulus a b e in semicirculo consistit, igitur est rectus, angulus uero a b c, est minor eo, ergo per diffinitionem est acutus.

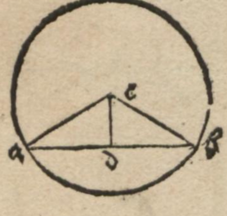
Secunda propositio.



Circuli propositi centrum inuenire.

Sit circulus a b c, eius centrum sic inueniemus. Protrahatur ut libet chorda a b, & super alterutram eius extremitatem constituatur angulus rectus, uerbi gratia, super terminum b, sit locatus a b c angulus rectus ducta linea b c usq; ad circumferentiã circuli. Deinde ducatur linea a c, eaq; per medium diuidatur in puncto d, hunc dico esse centrum circuli. Nam per hypothesim angulus a b c est rectus, ergo per cõuersam præcedentis portio a b c in qua consistit est semicirculus, linea itaq; a c diameter, punctusq; eius medius d centrum.

Tertia propositio.



Si linea a centro exiens, chordam per æqualia secuerit, ad eam erit perpendicularis.

Sit circulus a b, cuius centrum c, à quo extensa recta c d, chordam a b per æqualia secet in puncto d, dico perpendicularem esse c d ad a b. Trahantur c a & c b lineæ. Et quia trianguli a c d latera æqualia sunt lateribus trianguli c d b. Est enim per hypothesim a d æqualis d b, & per definitionem circuli c a æqualis c b. communis autem utriq; triangulo c d. Ideo per tertiam primi, anguli c d a & c d b sunt æquales, quare uterq; rectus, linea igitur c d perpendicularis est ad lineam a b per definitionem.

Quarta propositio.

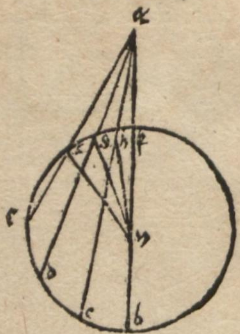
Si in diametro circuli præter centrum signetur punctus, & ab eo ad circumferentiam plurimę lineæ ducantur, Quæ per centrum transierit, omnium erit longissima. Et quę diametrū perfecerit, omnium erit breuissima, Reliquæ quæ centro propiores fuerint, remotioribus erunt longiores.

Sit punctus k signatus in diametro a f, circuli a b c d cuius centrum h, & ducantur ab eo ad circumferentiam lineæ k b, k c, k d, k e. Dico a h k quæ per centrum transit omnium esse longissimam, k f quæ diametrum perficit omniū breuissimam, k b longiorem esse k c quæ centro propinquior sit. Et eadem ratione c k longiorem esse d k, atq; de aliis similiter. Connectantur h b, h c, h d. Quoniam per decimam primi capit. in triangulo k h b, duo latera k h & h b sunt maiora latere k b, & a h & h b per definitionem circuli sunt æquales. Ideo per secundā conceptionem, a h k æqualis est duabus b h & h k, quare & a h k maior est b k. Rursus quoniam b h æqualis est c h, & h k est communis. Ideo per secundam conceptionem b h & h k lineæ sunt æquales c h & h k lineis, & angulus b h k maior est per nonam communem sententiā, angulo c h k. Ideo per decimam octauam primi capitis basis b k maior est basi c k. Et ob eandem rationem c k maior est d k, & d k maior e k. Constat ergo eam quæ per centrum transit omnium esse longissimā, & propinquiores centro, remotioribus longiores esse. Rursus d k

& h k per decimam quartam primi capitis maiores sunt d h, at d h per definitionem circuli æqualis est f h, igitur d k & k h maiores sunt h f, ergo per quartam communem sententiam, ablata utrinq; k h communi, reliqua d k maior erit f k. Eadem ratione f k minor esse ostenderetur q̃ e k, si protracta esset è centro h e. Manifestum est ergo f k quæ diametrum perficit omnium esse minimam.

Quinta propositio.

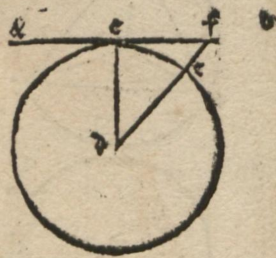
Si extra circulum signetur punct⁹, & ab eo ad circumferentiam, secantes eam, plurimę ducantur lineæ. Quæ per centrum transierit, omniũ erit longissima. Centro autē propiores, remotioribus longiores. Particularum autem quæ extrinsecus circumferentiæ applicantur, breuissima erit quæ diametro continuatur, & ei propinquiores remotioribus longiores.



Sit extra circulum k e d c b, cuius centrum n, punctus à signatus, & ab eo ad circumferentiam, ipsam secando trahantur plurimæ lineæ ut a n b, a h c, a g d, a f e. Dico inter eas, a n b quæ per centrum transit omnium esse longissimam, reliquas uero quo centro propinquiores, eo longiores. Præterea dico inter partieulas dictarum linearum exteriores, a k quæ diametro continuatur, breuissimam esse, & reliquas tanto minores, quanto huic breuissimæ uiciniores. Prima pars ostenditur, ducantur n c, n d, n e. Et quia a n & n c æquales sunt lineæ a n b, maiores autem per decimam quartam q̃ a c, erit a n b quoq; maior a c. Simili modo a n b maior ostenditur cæteris ex puncto a ductis. Secunda pars sic astruitur. Et quia a n & n c sunt æquales a n & n d lineis, angulus nero a n c maior est angulo a n d. Ideo per decimam octauam primi a c basis maior est a d basi. Haud aliter docebis a d maiorem esse a e. Tertia pars probatur protactis lineis n h, n g, n f. Nam a h & h n sunt per decimam quartam primi capitis maiores a n, ideo per 4 communem sententiam. Si ab eis æqualia auferantur n k & n h, erit a h residua maior a k. Eodē modo omnes aliæ exteriores particulæ cõuincuntur maiores esse a k. Quarta pars sic ostenditur. Nam a n & n h sunt æqualia lateribus a n & n g angulus autem a n h minor angulo a n g, basis igitur a h per 18 primi minor est basi a g.

Sexta propositio.

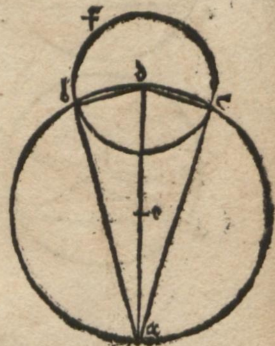
Si circulum recta linea contingat, & a puncto contactus ad centrum ducatur recta linea, ipsa erit ad contingentem perpendicularis.



Sit linea a b contingens circulum c e in puncto c, à quo ad centrum d, ducatur recta linea c d, quæ si non est perpendicularis ad contingentem a b, sit d f perpendicularis ad eam secans circumferentiã in puncto e. Et quia angulus d f c est rectus, erit angulus f c d minor recto propter. 24. primi. Latus igitur d c per. 13. primi capitis, maius erit latere d f, sed d e est æqualis d c per definitionem circuli, ergo & d e erit maior d f pars suo toto quod est impoßibile.

Septima propositio.

A puncto dato ad circulum ducere lineam cõtingentem.

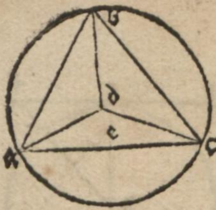


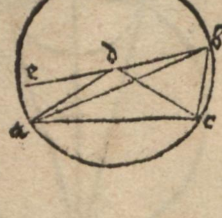
Sit punctus datus a, circulus b f c, centrum eius d. Ex puncto a ad circulum b f c, sic ducitur contingens. Punctum a iunge cum centro circuli d linea recta, quam per æqualia diuide in puncto e, factoq; eo centro, duc circulum occultũ, qui secet circulum datum b f c in duobus punctis b & c. Deinde à puncto dato a ad puncta sectionũ b & c trahantur lineæ rectæ a b & a c, has dico circulum contingere. Ducantur à centro d ad puncta intersectionum lineæ d b & d c, & circulus super e centro scriptus fiat manifestus. Et quia uterq; angulorum d c a & d b a consistit supra arcum in semicirculo circuli descripti super centro e, ideo per primam huius cap. uterq; est rectus & uterq; continetur linea ducta à centro parui circuli b f c ad punctum quo linea ex puncto a ducta circulum b f c tangit. Ideo per conuersam præcedentis lineæ a b & a c contingunt circulum b f c quod erat demonstrandum.

Octaua propositio.

In circulo angulus consistens super centrũ, duplus est eius qui super circũferentiã cõsistit, qñ anguli eandem basim habuerint.

Sint in circulo a b c cuius centrum d, super unam basim, id est, arcum a c duo anguli, quorum alter a b c super arcum cõsistat, alter autem a d c super centrum, dico angulum a d c centralem

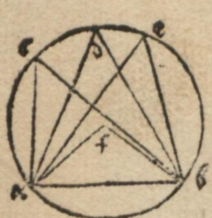




esse duplum ad angulum a b c circumferentialem. Quod sic ostenditur. Aut enim latera circumferentialis anguli includunt angulum centralem, ut in prima figura, aut alterum ex lateribus angulum circumferentialem continentibus fit una linea cum altero laterum anguli centralis ut in secunda figura. Aut unum ex lateribus anguli circumferentialis secat alterum ex lateribus anguli centralis ut in tertia figura. Includant ergo primo latera anguli ad circumferentiam b a, & b c, angulum a d c centralem, & trahatur linea b d e. Et quia angulus a d e extrinsecus per 23 primi cap. est aequalis duobus angulis intrinsecis & oppositis, d b a, d a b, & hi sunt aequales, per quartam primi cap. est enim d b aequalis d a per definitionem circuli, ideo angulus a d e duplus erit anguli d b a, propter eandem causam angulus e d c duplus est ad angulum d b c, totus igitur a d c centralis duplus est ad a b c angulum circumferentialem. Secundo sit latus a b anguli ad circumferentiam una linea cum latere a d anguli ad centrum ut in secunda figura. Et quia angulus a d c aequalis est per 23 primi capitis duobus intrinsecis angulis d b c & d c b. Hi autem sunt aequales per quartã primi. Ideo ad unum eorum hoc est, angulum a b c circumferentialẽ, duplus est angulus a d c centralis. Tertio latus a b anguli ad circumferentiam secet latus d c anguli ad centrum ut in tertia figura. Producatur linea b d usq; ad e. Per 23 igitur primi erit angulus e d c aequalis duobus angulis d b c & d c b, hi autem sunt aequales per 4 primi capitis. Ideo angulus e d c duplus est ad angulum d b c. Praeterea angulus e d a per eandem 23 primi duplus est ad angulum d b a Dẽpto igitur hinc duplo e d a, illinc simplo d b a, erit residuus a d c centralis duplus ad residuum a b c circumferentialem quod erat demonstrandum.

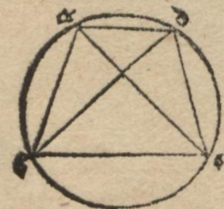
Nona propositio.

In eadem portione quotlibet anguli super arcum consistentes aequales sunt.



Quod universaliter proponitur de angulis consistentibus super circumferentiam, demonstratur tantum de his angulis qui super arcum maiorem semicirculo consistunt. Non attinet enim id demonstrare de angulis super semicirculum consistentibus, quos omnes prima propositio huius ca. docuit esse rectos, & ea propter aequales prima petitione astipulante. De angulis autem ad arcum minorem semicirculo, non potest ostendi eos esse aequales, nisi prius sequens propositio demonstretur. In portione igitur a c d e b maiore semicirculo consistant super arcũ anguli a c b, a d b a e b, dico eos esse æquales. Nam à centro circuli f ducantur lineæ f a & f b. Et quia angulus a f b centralis super ea stat basi super qua angulus a c b circumferentialis igitur ad eum duplus propter præcedẽtem, & eadem ratione erit duplus ad angulum a d b & angulũ a e b ergo per septimam communem sententiam sunt inter se æquales.

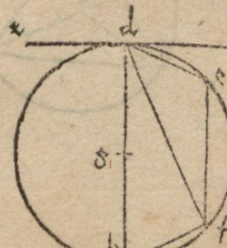
Decima propositio.



In circulis quadrilaterorum existentium anguli oppositi, duobus rectis sunt æquales.

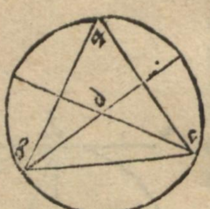
Sit circulus a b c d, & in eo quadrilaterũ a b c d, dico quoslibet duos eius angulos oppositos simul, duobus rectis æquari. Nam ex prima huius perspicuum est unum angulũ rectum à semicirculo suscipi, quapropter duo recti anguli à toto suscipiuntur circulo, Sed quicunq; duo anguli oppositi in quadrilatero a b c d à toto suscipiuntur circulo, ergo æquales sunt duobus rectis, ut angulus b a d suscipitur ab arcu b a d & angulus b c d suscipitur ab arcu b c d, arcus autem b a d & b c d totum circulum integrant, ergo patet propositum. Quod si angulos a d c & a b c consyderes, idem experieris. Ex hac propositione liquidun est, quotlibet angulos consistentes super arcum in portione minore semicirculo esse æquales. Nam singuli eorum cum angulo consistente in reliqua portione faciunt quadrilaterum, & propter hanc propositionem singuli eorum cum angulo reliquæ portionis æquales sunt duobus rectis, per primam ergo petitionem, singuli cum angulo portionis reliquæ sunt æquales singulis cum eodem angulo, ablato ergo undiq; communi angulo, consistente. s. in reliqua portione, relinquentur inter se æquales anguli cõsistentes in portione minore semicirculo.

Vndecima propositio.



Si circulum linea recta contingat, et a contactu in circulum, quædam eum dispescens recta linea, præter centrum ducatur, anguli quos cum contingente facit, æquales sunt eis qui in alternis circuli portionibus consistunt angulis.

Sit linea a d b contingens circulum d e f h, cuius centrum g & a puncto contactus d trahatur præter centrum linea d f quæ secet circulum in duas portiones, dextram d e f, sinistram d h f, faciat q; angulos duos cum contingente b d f dextrum, & a d f sinistrũ Dico angulum dextrum quem facit linea d f cum contingente, scilicet b d f, æqualem eße angulo quem ſuſcipit ſiniſtra circuli portio d b f. Et angulum ſiniſtrum quem facit linea d f cum contingente. f. a d æqualem eße angulo quem dextra ſuſcipit portio d e f. Trahatur à pũcto contactus per centrum linea d g h & connectatur f h, Conſtituatur etiam in portione d e f angulus ut lubitum fuerit. Quicquid de his duobus angulis monſtratum fuerit, de omnibus ab his duabus portionibus, ſuſceptis indubitanter procedet. Sunt enim omnes, qui ab eadem portione ſuſcipiuntur anguli, æquales per nonam huius. Et quia angulus d f h in ſemicirculo conſiſtit, ideo p primã huius eſt rectus, reliqui ergo duo anguli, de triangulo d f h, ſimul uni recto æquantur per 24 primi capitis, angulus quoq; totus b d h rectus eſt per ſextam huius, per primam itaq; petitionem duo anguli d h f & f d h æquales ſunt angulo b d h. Ablato ergo communi angulo f d h, erunt reſidui b d f & f b d æquales, quæ fuit propoſiti una pars. Rurſus duo anguli f h d & f e d in quadrilatero f h d e per decimam huius ſunt æquales duobus rectis. At per decimam primi capitis, duo anguli b d f & a d f æque ſunt duobus rectis pares, ergo per primam poſtulationem duo anguli f h d & f e d ſunt æquales duobus angulis b d f & a d f. Ablatis ergo æqualibus utrinq; angulis, hinc quidem f h d, illinc autem b d f erunt per tertiam conceptionem reſidui anguli d e f & a d f inter ſe æquales, quæ eſt propoſiti altera pars.



Duodecima propoſitio.

Cuicunq; triangulo circũſcribere circulum.

Sit triangulus a b c, cui circũſcribitur circulus hoc modo. Pes imobilis circini ut libet extenti ponatur primo in a & altero pede fiant duo occulti arcus alter ſupra lineam a b, alter infra eam, Deinde circino nõ uariato pedem immobilem transfer ad angulum b & priores arcus interſeca, punctaq; ſectionum iunge linea recta. Similiter fiant duæ interſectiones ſuper & infra lineam a c, aut b c, & interſectiones ut antea iunge linea recta. Hæc cum priori concurret, concurrat autem in puncto d, hunc dico eße centrum circuli circumſcribendi triangulo a b c. Nã ab angulis ad punctum d trahe lineas rectas d b. d a. d c. hæ facile probantur eße æquales, per ſecundam primi cap. Lineæ enim ſectiones iungẽtes ſecant latera triãguli per media, et ſunt ſuper eas perpẽdiculares

Cap. tertium de proportione.

Proportio, eſt duarum quantitatum eiuſdẽ generis, inter ſe habitudo.

PROPORTIO *est duplex, Rationalis & irrationalis.*

PROPORTIO *rationalis, est quæ denominatur ab aliquo numero. Et est inter quantitates commensurabiles.*

PROPORTIO *irrationalis, est quæ nõ denominatur ab aliquo numero, & est inter quantitates incommensurabiles, ut inter costam & diametrum quadrati, quæ sunt asymmetræ.*

PROPORTIO *rationalis est duplex, æqualitatis & inæqualitatis*

PROPORTIO *æqualitatis est quando æquale adæquale comparatur, ut 4 ad 4.*

PROPORTIO *inæqualitatis, est qua inæqualia inter se conferuntur, ut 8 ad 4.*

PROPORTIO *inæqualitatis est duplex, maioris inæqualitatis, & minoris.*

PROPORTIO *maioris inæqualitatis est quando maior quantitas comparatur ad minorem, ut 4 ad 2.*

HVIVS *quinq; sunt species. Multiplex, superparticularis, superpartiẽs, Multiplex superparticularis, multiplex superpartiens.*

MVLTIPLEX *est quando maior continet minorem plus q̃ semel, ut 12 ad 3. Hæc crescit in infinitum. Nam alia est dupla, alia tripla &c.*

SVPERPARTICVLARIS *est quando maior continet minorem, & insuper aliquam eius partem. Et hæc decrescit in infinitum. Sunt eius species, sesquialtera quando maior continet minorem. & minoris dimidium. Quod si ultra summam minoris maior continet eius tertiã partem uocatur sesquitertia &c.*

SVPERPARTIENS *est quando maior continet minorem & aliquot eius partes, Quod si continet duas tertias uocatur superbipartiens tertias, ut 5 3. Si tres quartas, supertripartiens quartas, ut 7 4.*

MVLTIPLEX *superparticularis est, quando maior continet minorem plus quàm semel, & insuper aliquam eius partem. Quod si continet eũ bis & eius dimidium, dupla sesquialtera uocatur, ut 5. 2. Si ter & tertiam partem, tripla sesquitertia, ut 10. 3.*

MVLTIPLEX *superpartiens est quando maior continet minorem plus quam semel & aliquot præterea partes. Quod si continet eum bis, & duas tertias uocatur dupla superbipartiens tertias, ut 8. 3. Si ter, & tres quartas, tripla super tripartiens quartas, ut 15. 4.*

PROPORTIO *minoris inæqualitatis, est quando minor quantitas comparatur ad maiorem, ut 2. ad 4. Et eius tot sunt species, quot maioris inæqualitatis, neq; differũt ab illis nomine, nisi q; uocabulis proportionũ maioris inæqualitatis additur præpositio sub, ut sub mul-*

triplex 2 4. Subsuperparticularis. 2. 3. &c.

DENOMINATIO *proportionis, minoris quantitatis ad maiorem est pars uel partes, ut denominatio proportiōis inter 3 & 5 est* $\frac{3}{5}$ *& inter 2 4.* $\frac{1}{2}$

DENOMINATIO *proportionis, quantitatis maioris ad minorem est totum, uel totum & pars, uel totum & partes ut denominatio proportionis 4 ad 3 est 1* $\frac{1}{3}$

TERMINI *proportionis sunt minimi numeri in aliqua proportione, ut proportionis sesquialteræ termini sunt 3. 2. quibus minores in hac proportione reperiri non possunt.*

Propositio prima.

Numeros datæ proportionis ad terminos eius reducere.

Diuidatur maior numerus per minorem, & minor per residuum diuisionis prioris, & residuum primæ diuisionis per residuum secundæ diuisionis, fiatq; talis reciproca diuisio, donec occurrat aliquis numerus qui diuidendum totum consumat. Deinde per hunc numerū ultimo occurrentem diuide utrosq; numeros proportionis datæ, qui exeunt sunt minimi numeri, hoc est, termini eius proportionis. Vt numeri proportionis quæ est inter 30 & 18 sic rediguntur ad terminos proportionis. Triginta diuidantur per 18. & relinquentur 12. per quæ diuidantur 18 & relinquentur 6, per quæ rursus diuidantur 12 & consumentur. Per hunc ergo senarium diuidantur numeri dicti scilicet 30 & 18. exibuntq; 5 3, termini .s. proporportionis datorum numerorum.

Hic animaduertendum, quod si in tali reciproca diuisione ad unitatē perueniretur, ipsos datos numeros esse terminos neq; posse minores reperiri.

Secunda propositio.

Cuiuscunq; proportionis datæ, denominationem inuenire.

Si proportio data fuerit maioris inæqualitatis, diuide maiorem nūerum per minorem, & numerus qui exit, denominatio est proportionis datæ. Si uero proportio data fuerit minoris inæqualitatis, super pone minorem maiori interiecta uirgula, more minutiarum uulgarium, & habebis denominationem, reducendi tamen sunt numeri ad terminos per præcedentem sicubi opus fuerit.

12 30 18 1 18 6 18 12 12 6 1 1 2

Tertia propositio.

Si unus numerus duos multiplicet, erit multiplicatorum & productorū una proportio.

Ut 3 & 2 multiplicētur senario, & prouenient 18 & 12 eandē custodientes proportionē quam 3 & 2. Similiter e diuerso, Si unus nūerus, duos diuidēdo utrunq; consumat, erit diuisorū & quotientū una proportio, ut 6 cōsumit 18 & 12 exeūt quotiētes 3 & 2 in eadē proportione.

Quarta propositio.

Proportionem proportioni addere.

Multiplicētur antecedētes proportionū datarū in se, & deinde consequētes in se, producti nūeri custodiēt proportionē cōpositā ex duabus datis, ut proportio 3 ad 2 sit addēda proportiōi 4 ad 3. Multiplico primo 3 & 4. antecedētes in se & proueniūt 12. deinde 2 & 3. i. cōsequētes in se & proueniunt 6. Inter 12 igitur & 6 est proportio cōposita ex duabus datis proportionibus. s. 3 ad 2 & 4 ad 3. Nā multiplicetur antecedēs unius proportiōis in consequentē alterius, ut 3 in 3 proueniūt 9 qui statuātur inter 12 & 6 hoc mō 12 9 6. In his itaq; tribus nūeris uides dictas duas proportiōes. Nā 12 ad 9 est ꝑportio, sicut 4 ad 3. & 9 ad 6 sicut 3 ad 2. quod patet reducendo eos ad terminos per primam huius.

Quinta propositio.

Proportionem a proportione subtrahere.

Antecedēs maioris proportionis multiplicetur in cōsequentē minoris, deinde cōsequēs maioris in antecedentē minoris, duo nūeri producti custodient proportionē residuam, ut 4 ad 3 ꝑportio sit subtrahēda à proportione 3 ad 2. facio ergo ut dictū est & relinquitur proportio 9 ad 8. Nā multiplicetur antecedēs maioris in antecedentē minoris & productū statue ante dictos nūeros hoc modo 12. 9. 8. Nōne 12. ad 8. proportio est sicut 3 ad 2. à qua si abieceris proportionem 12 ad 9 id est 4 ad 3 relinquitur proportio 9 ad 8.

Sexta propositio.

Quotlibet ꝑportiōes eiusdē denoīatiōis cōtinuare

Quærātur per primā, datæ proportiōis termini, Et pro duabus continuādis, ducatur antecedēs datæ proportiōis primo in se, deinde in consequētē, postremo cōsequēs in se, tres nūeri producti duas custodiūt proportiones similes datæ. Verbi gratia. Sint duæ sesquialteræ cōtinuādæ. Proportiōis sesquialteræ termini sunt 3 & 2. Multiplico igitur 3 in se. deinde in 2 postremo 2 in se & nascũtur nũeri. 9 6. 4. custodiẽtes duas sesquialteras Si tres sesquialteræ fuerint cõtinuãdæ, ducatur maior terminorũ in tres modo inuẽtos, & minor terminus in ultimũ et exoriẽtur 4 nũeri tres sesquialteras seruãtes, ut. 3. multiplicati in. 9. 6. 4. generãt. 27. 18. 12. et binarius in. 4. ductus procreat 8. sicq; sunt pducti quattuor nũeri 27. 18. 12 8. custodiẽtes tres sesquialteras, Si quattuor sesquialteras continuare placuerit, ducatur maior terminus in quattuor iam nũc inuẽtos, et minor terminus in postremũ, & habebis quinq; nũeros, quattuor sesquialteras continuatãs retinentes, ut 81. 54. 36. 24. 16.

Dẽ Proportionalitate. Cap. IIII.

PROPORTIONALITAS est proportionum similitudo.

QVANtitates dicuntur proportionales quarum una est proportio.

PROPORtionalitas est duplex, cõtinua & discontinua.

CONTInua est quando oẽs quantitates sunt antecedẽtes & consequẽtes, præter primã quæ est antecedẽs tantũ, & ultimã quæ est consequens tantũ. Et hæc reperitur ad minimũ in tribus terminis, ut 4. 2. 1.

DISCONtinua est quãdo nulla quãtitas simul & antecedẽs est, & consequens, ut 12. 6. 8. 4. Et hæc ad minimũ in quattuor reperitur terminis.

SEX sunt species proportionalitatis, Conuersa, Permutata, Cõiuncta, Disiuncta, Euersa, & Aequa.

CONVERSA est. quãdo est prima ad secundã, sicut tertia ad quartã, & ex hoc infertur secunda esse ad primã sicut quarta ad tertiã, ut si est 8 ad 4. sicut 6 ad 3. erit ecõuerso 4 ad 8. sicut 3 ad 6.

PERMVtata est. quãdo prima est ad secundã, sicut tertia ad quartam, et ex hoc cõcluditur prima esse ad tertiã, sicut secunda ad quartam, ut si est 8 ad 4. sicut 6 ad 3. erit permutatim 8 ad 6. sicut 4 ad 3.

CONiuncta est, quãdo est prima ad secundã, sicut tertia ad quartã, & ex hoc infertur prima cũ secũda esse ad secundã, sicut tertia cũ quarta ad quartã, ut si est 8 ad 4. sicut 6 ad 3. erit coniunctim 12 ad 4. sicut 9 ad 3.

DISIVNCTA est, quãdo est prima ad secũdã, sicut tertia ad quartã, & ex hoc infertur, excessus primæ super secundã esse ad secũdã, sicut excessus tertiæ super quartã ad quartã, ut si est 18 ad 6. sicut 9 ad 3. erit disiunctim 12 ad 6. sicut 6 ad 3.

EVERSA est, quando est prima ad secundã, sicut tertia ad quartã, & ex hoc infertur primã esse ad excessũ eius super secundã, sicut tertia ad excessũ suũ super quartã, ut si est 12 ad 4. sicut 9 ad 3. erit euersim 12 ad 8. sicut 9 ad 6.

AEQVA proportionalitas, est quãdo sunt duo ordines proportionum, et proportiones huius ordinis sunt æquales proportionibus illius ordinis, intermissisq; æquali nũero intermedijs in utroq; ordine, infertur eadẽ esse proportio extremorum, ut sint duo ordines æqualium proportionũ, & intermittã tur utrobiq; duo intermedij, cernes extremo rum eandem esse proportionem.

24	48
8	16
6	12
3	6

Prima propositio.

Si fuerint tres nũeri proportionales, quod cõtinet sub extremis, æquũ est quadrato medij.

Sint tres nũeri cõtinuati in proportiõe sesquialtera. 9. 6. 4. ducãtur extremi 9 & 4 in se, producũt 36. quibus æquale est quadratũ medij senarij.

Secunda propositio.

Quelibet ex tribus ꝓportionalib⁹ ignotũ, inuenire

Si alter extremorũ ignotus fuerit, quadretur medius, & productũ diuidatur per extremũ notũ, prodibit extremus ignotus. Si medius ignoretur, ducãtur extremi in se, & producti radix quadrata erit medius.

Tertia propositio.

Si fuerint quattuor nũeri proportionales, quod cõtinetur sub extremis, æquũ est ei quod sub intermedijs continetur.

Sint quattuor nũeri ꝓportionales 6. 3, 4. 2. extremi ducti in se producunt 12. cui æquale est quod cõficitur ex medijs 3 & 4 in se ductis.

Quarta propositio.

Quelibet ex q̃ttuor ꝓportionalib. ignotũ ĩuenire.

Si quis extremorũ ignoretur, ducãtur medij in se, & productũ diuidatur per extremũ notũ, & prodibit extremus ignotus. Quod si quis intermediorum ignotus fuerit, multiplicentur in se extremi, & productus per medium notum distribuatur, prodibit medius ignotus.

Quinta propositio.

QVANDO productũ ex duobus nũeris est æquale producto ex alijs quibuslibet duobus nũeris, tũc si hi posteriores duo, prioribus duobus interponãtur, aut ecõtrario, erũt hi quattuor nũeri proportionales, ut ꝓductũ ex 12. & 3. hoc est, 36. æquatur producto ex 9 & 4. Quare si 9 & 4 interserãtur 12 & 3 hoc mõ 12. 9. 4. 3. erũt proportionales. Aut si inter 9 & 4 ponãtur 12 & 3. nihilominus erũt ꝓportionales, ut 9. 12. 3. 4.

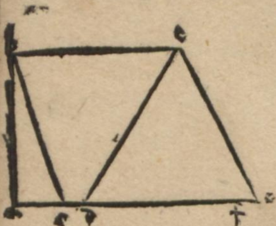
Sexta propositio.

Si totius ad totū est proportio quæ detracti ad detractum, erit residui etiã ad residuū proportio, quæ totius ad totum.

Vt 12. & 8. habēt proportionē sesquialterã. Detrahãtur itaq; ab eis duo nūeri qui eandē habeãt proportionē, ex 12. quidē detrahatur 9. & ex 8 auferãtur 6. Dico residuos simili iūctos proportiōe. Nã subtractis 9 de 12 relinquūtur 3. At 6 de 8 abiectis, remanent 2. 3 autem respiciunt 2. sesquialtera proportione.

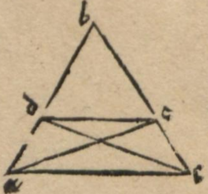
De triangulis æquiangulis. Cap. quintū.

Si duo trianguli ponantur inter lineas æquidistantes, *erit ipsorū triãgulorū ꝓporsitio, quæ est basiū, quibus insistunt.*



Sint duo triãguli a b c & d e f, inter lineas æquidistãtes b e & a f, dico ipsorū eße ꝓportionē, quæ est basiã. Nã si positi fuerint super bases æquales trianguli, sunt æquales, si uero super bases inæquales, & ipsi inæquales per 26. & 27. Quia uero taliū triangulorū æqualitas & inæqualitas, concomitatur æqualitatē & inæqualitatem basium, neceßario erit triangulorum proportio quæ est basium.

Secunda propositio.

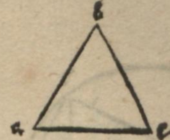


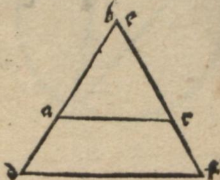
Si linea recta duo triãguli latera secet, tertio æquidistãs, erūt segmenta laterū proportionalia. Sit triangulus a b c, cuius latera a b & c b secet linea d e æquidistanter basi a c, dico a d ad d b proportionē eße, sicut c e ad e b. Trahãtur enim lineæ d c & e a, Erūt itaq; duo triãguli d e a & d e c æquales. Nã ponūtur super eandē basim d e, inter lineas d e & a c æquidistãtes, quapropter habēt ad triãgulū d b e, eandē proportionē. Sed proportio trianguli a d e ad triangulū d e b, est per præcedentē sicut basis a d ad basim d b. Nã triãguli a d e, & d b e ponūtur inter lineas æquidistãtes, quod pateret si duceretur à pūcto e æquidistãs lineæ a b. Similiter per præmißam proportio triãguli d e c ad triangulū d e b est sicut proportio basis c e ad basim e b. Nã triãguli d e c & d e b ponuntur inter lineas æquidistantes, quod pateret si duceretur à pūcto d linea æquidistans lineæ b c. Cum ergo triangulorū est eadē proportio, ut modo ostensum est, erit per cōceptionem primã, & basiū eadē proportio, quæ sunt segmenta in quæ latera trianguli a b c dißecta sunt, ergo patet propositum.

Tertia propositio.

DVORVM *triangulorū æquiangulorū, latera æquos angulos respicientia sunt proportionalia.*

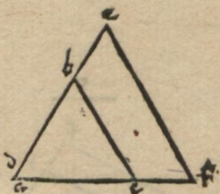
Sint duo triãguli æquianguli a b c & d e f, sitq; angulus a æqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c angulo f, dico latera æquos angulos aspicientia eße proportionalia, hoc est, proportionẽ lateris a b ad d e, & a c ad d f, & b c ad e f, eße unã. Nã si triãguli sunt æquilateri, habebunt latera æquis angulis opposita proportionẽ æqualitatis. si uero fuerit laterũ inæqualiũ, superponatur primo ãgulus b angulo e. Et quia sunt æquales ex hypothesi, cadet propter octauã cõceptionẽ latus b a super latus e d, & latus b c super latus e f, & quia angulus b a c est æqualis angulo e d f, erit linea a c æquidistãs lineæ d f per secundã partẽ uicesimæ. Nã lineis a c & d f incidit e d linea faciens angulũ extrinsecũ e a c æqualẽ intrinseco sibi ex eadẽ parte opposito e d f, per præcedentẽ ergo d a ad a b sicut f c ad c b & per proportionalitatẽ coniunctam d a e ad a b sicut f c e ad ad c b. Deinde angulus à congruat angulo d, & simili modo probetur f d eße ad c a sicut e d ad b a, & patebit propositum.

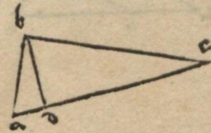




Quarta propositio.

Si ab angulo recto trianguli orthogonij, ceciderit ad basim perpẽdicularis, erũt tres trianguli. s. totalis & duo partiales æquianguli. Vnde perpẽdicularis inter segmenta basis medio loco erit proportionalis. Itẽ utrunq; latus medio loco proportionale erit inter totam basim & segmentum sibi conterminale.

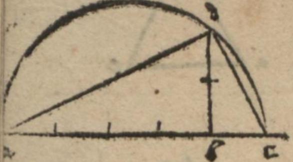




Sit triãgulus a b c, cuius angulus b rectus, à quo ad basim a c cadat perpẽdicularis b d. Dico totalẽ triangulũ a b c, & duos partiales a b d & b d c inter se eße æquiangulos. Nã quilibet eorũ habet angulũ rectũ, totalis quidẽ a b c, partiales uero, angulos qui sunt ad d, cõmunicat ĩsuper uterq; partialiũ cũ totali in uno angulo, quare tertij erũt etiã æquales, ꝓpter 24. pri cap. Memẽto igitur angulũ b a d æqualẽ eße angulo d b c, & angulũ a b d æqualẽ angulo b c d. Corollarij utraq; pars facile probatnr, si diligẽter aduerteris, quæ latera æqualibus opponãtur angulis. Cũ enim duo partiales trianguli sint æquianguli, erunt per præcedentẽ latera æquos angulos respicientia proportionalia. Latus itaq; a d sinistri trianguli ad latus d b trianguli dextri, est sicut idẽ latus d b trianguli sinistri ad latus d c trianguli dextri. Hic aduerte b d lineã bis sumi, primo ut latus dextri trianguli, deinde ut latus sinistri triãguli, & ut uarie sumitur, ita uarios aspicit angulos. Rursus latus a c totalis trianguli ad latus a b sinistri sicut latus a b totalis trianguli ad latus a d sinistri, uiden latus b a medio loco eße proportionale inter totã basim a c, et partẽ sibi conterminalẽ a d. Similiter latus a c totalis trianguli ad latus b c dextri, sicut latus b c totalis ad latus d c dextri.

Quinta propositio.

Duabus lineis propositis, tertiam inter eas in proportionalitate continua collocare.



Sint duæ lineæ a b & b c, inter quas linea medio loco proportionalis inuenitur hoc modo. Datæ lineæ continuētur in directū, & sint a b c, deinde super eas cōtinuatas ducatur semicirculus a d c, & a puncto b educatur perpendicularis d b usq; ad circūferentiam semicirculi. Hāc dico eße medio loco proportionalē inter lineas a b & b c datas. Nā protrahātur lineæ d a & d c. Erit itaq; per primā secūdi capitis angulus a d c rectus, à quo ad basim a c cadit per hypothesim perpendicularis b d, per præcedentē ergo ipsa b d est medio loco proportionalis inter segmenta basis a b & b c, hoc est, inter lineas datas.

Sexta propositio.

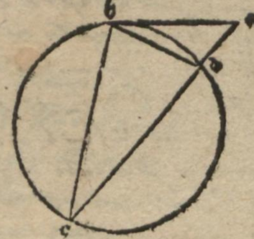
Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.

Sint duæ lineæ datæ a b, & c, propositū est eis subiūgere tertiā, ad quā se habeat secunda, sicut prima se habet ad secundā. Cōiunge ergo angulariter lineæ a b lineā a d æqualē c datæ & cōnectatur b d. Deinde lineā a b protrahe usq; ad e ita ut b e sit æqualis c datæ, & ex puncto e educ æquidistantē ipsi b d, quā produc donec cōcurrat cū a d protracta in pūcto f. Dico d f eße eā quæ quæritur. Nā in triangulo a e f, linea b d secat duo eius latera a f & a c, æquidistans tertio, ergo per secundā huius segmenta erūt proportionalia, hoc est a b ad b e, quare etiam ad c, sunt enim positæ æquales, sicut a d, & ob id c, ad d f.

Septima propositio.

Si in circulo duæ rectæ lineæ se ad inuicem secuerint, rectangulū cōprehensum sub sectiōib9 unius, æquale est ei quod sub segmentis alterius cōpræhenditur, rectangulo.

In circulo a d b c secent se duæ rectæ utcūq; cōtigerit a b & c d in pūcto e. Dico rectāgulū quod cōtinetur sub lineis a e & e b, æquale eße ei qd' cōtinetur sub d e & e c. Trahātur a d & c b rectæ. Et quia triāguli a e d & e c b sunt æquianguli, nā angulus a e d æquatur sibi cōtraposito b e c per undecimam primi cap. & angulus d a e æqualis est angulo b c e per nouam secundi cap. suscipiuntur enim ab eodem arcu scilicet d a c b, tertius itaq; angulus tertio æqualis est propter 24 primi capitis: Latera itaq; æquos angulos respicientia, sunt proportionalia per tertiam huius. Eergo a e ad e c sicut e d ad e b, ergo per tertiam quarti capitis, quod fit ex a e in e b æquale est ei qnod fit ex e c in e d quod est propositum.



Octaua propositio.

Si circulum linea contingat, & a termino contingentis trahatur linea circulum dispescēs; quod continetur sub tota dispescente & parte eius exteriori, æquum est quadrato lineæ contingentis.

Sit circulus b d c, quem linea a b contingat in puncto b, & a termino a lineæ contingentis utcunq; libuerit, trahatur linea circulum in duas portiones despescens, sitq; a d c. Dico rectangulum quod sub tota a d c continetur, & portione exteriori a d, æquum esse quadrato lineæ contingentis a b. Trahātur a puncto contactus b ad puncta quibus linea a d c circulum secat, lineæ b d & b c. Habes duos triangulos æquiangulos totalem, scilicet a b c & partialem a b d. Nam angulus b c a, totalis trianguli, æqualis est per undecimam secūdi cap. angulo a b d, partialis trianguli. Et angulus b a d utriq; est communis, tertius igitur tertio æqualis est. Et quia trianguli a b c & a b d sunt æquianguli, erunt per tertiam huius, latera æquos angulos respicientia proportionalia. Latus igitur totalis trianguli c d a, ad b a latus partialis trianguli, sicut latus b a totalis trianguli, ad latus d a partialis trianguli. Tres ergo lineæ c a, a b, d a, sunt continue proportionales. per primam ergo quarti capitis quod fit ex prima c a in tertiam d a æquum est quadrato mediæ a b. quod erat demonstrandum.

FINIS.

[illegible] De puncto.

[illegible]

De linea

[illegible]

Amen

[illegible]

Эта книга найдена мной в
1945г. в Австрии среди разбро-
санных на дороге книг и вещей
(происходящих, видимо, из машины,
попавшей под бомбежку). Подобрана
среди других палеотипов, вместе
с хроникой Себастиана Франка
„Новой хроникой" неизвестн. автора
и книгой стихов Петрарки.

(Б.А. Шрамко)

(1997 г.)

Б/24

1902