

приемы достаточно сложны. Къ тому намъ за недостаткомъ изслѣдованій, неизвѣстна достигаемая ими степень точности, что, впрочемъ, въ настоящее время не особенно интересно, такъ какъ эти способы должны быть оставлены. Наконецъ нѣтъ сомнѣнія, что кривую, изображающую *полноту* даннаго ствола, нельзя выразить ломанною линіею, состоящею только изъ двухъ или трехъ частей.

Формулы: Богусевича, $V = \frac{D_1^2 6 H}{1100}$,

Выдржинскаго, $V = \frac{D_1^2 55 H}{10000}$ и т. п. въ зависимости отъ способа

измѣренія D_1 , должны быть отнесены къ категоріи методовъ, вычисляющихъ объемъ ствола по діаметру, взятому на срединѣ. Поэтому ихъ математическое значеніе опредѣлится впоследствии, когда мы будемъ говорить объ этомъ предметѣ. Теперь же по внѣшности своей, если такъ можно выразиться, они должны быть признаны непрактичными потому, что невозможно на каждомъ стволѣ продѣлать то, что показано въ формулѣ. Если, въ видѣ исключенія, по нимъ можетъ быть вычисленъ объемъ нѣсколькихъ деревьевъ, то она становится непригодною для таксатора, производящаго работы по древоизмѣренію въ широкихъ размѣрахъ.

Какъ бы не казались, вообще, на первый взглядъ, пестры предъидущія предложенія, сдѣланные относительно вычисления объема единичныхъ, срубленныхъ деревьевъ, центръ тяжести этого вопроса, всетаки, покоится въ способахъ вычисления по діаметру, взятому на срединѣ древесной штуки. (Генке, Полуянскій, Выдржинскій, Богусевичъ, Мѣчинскій и пр.). Совершенно справедливо, что польскіе авторы одновременно предлагали опредѣлить діаметръ вычисляемаго бревна, также по среднеарифметической величинѣ поперечниковъ, двухъ крайнихъ сѣченій, о чемъ будетъ сказано далѣе, но въ настоящее время трудно доказать, который изъ этихъ двухъ приемовъ встрѣчалъ большее примѣненіе на практикѣ. Впрочемъ, въ казенномъ лѣсномъ управленіи обязательнымъ считаются оба приема. Что касается цилиндрическихъ бревенъ, если таковыя только существуютъ, то способъ опредѣленія ихъ объема по діаметру, измѣренному на срединѣ, даетъ совершенно точные результаты.

Объемъ цилиндра $V_c = \frac{\pi}{4} D^2 H = g H$; по такъ какъ въ цилиндрическомъ бревнѣ $D = D_1$ (срединному діаметру) а $g = y$ (площади сѣч. взятой на срединѣ), то и объемъ его совершенно точно, можетъ быть вычисляемъ по

предложенной формулѣ $\frac{\pi}{4} D_1^2 H = y H$. Разсматриваемое нами въ настоящее время предложеніе будетъ совершенно справедливо и для тѣхъ случаевъ, когда таксація производится въ насажденіяхъ съ отмѣннымъ ростомъ, въ которыхъ стволы, по формѣ своей, приближаются къ параболоиду,

Какъ извѣстно объемъ параболическаго тѣла вычисляется по формулѣ

$$\frac{\pi}{4} D^2 \frac{H}{2} = \frac{\pi}{4} \frac{D^2}{2} H, \text{ но } \frac{\pi}{4} \frac{D^2}{2} = \frac{\pi}{4} D_1^2 () \text{ т. е. } \frac{g}{2} = y, \text{ слѣд.}$$

$$V_p = \frac{\pi}{4} \frac{D^2}{2} H = \frac{\pi}{4} D_1^2 H = y H$$

Вслѣдствіе этого, вычисленіе по выведенной формулѣ будетъ правильное и въ примѣненіи къ параболическому бревну. Объемъ усѣченного параболоида V_p^- , согласно стереометріи равняется $\frac{\pi}{4} \left(\frac{D^2 + d^2}{2} \right) h$; но пользуясь свойствами этого тѣла (5) можно составить пропорцію:

$$D^2 + d^2 : D_1^2 = 1 : \frac{1}{2} \text{ (} D_1 \text{ равняется діаметру, взятому на срединѣ), слѣд. } D^2 + d^2 = 2D_1^2, \text{ а } \frac{D^2 + d^2}{2} = D_1^2;$$

подставляя послѣднюю величину въ первоначальную формулу для V_p^- , получимъ, что она представится въ слѣдующемъ видѣ $V_p^- = \frac{\pi}{4} D_1^2 h$; обозначая площадь $\frac{\pi}{4} D_1^2$ черезъ соотвѣтствующую ей величину y , $V_p^- = y h$.

Стволы деревьевъ, не отличающихся полнодревесностью, и сходные по формѣ своей съ полнымъ конусомъ, не могутъ быть вычисляемы по діаметру, взятому на срединѣ, такъ какъ здѣсь получится объемъ на одну треть или на 30,3% меньше настоящаго.

Извѣстно что объемъ конуса $V_k = g \frac{H}{3} = \frac{\pi}{4} D^2 \frac{H}{3} = \frac{\pi D^2 H}{12}$;

но $D = 2 D_1$ а $D^2 = 4 D_1^2$; подставляя, $V_k = \frac{\pi}{12} 4 D_1^2 H = \frac{\pi}{3} D_1^2 H$.

Изъ уравненія $D^2 = 4 D_1^2$, $D_1^2 = \frac{D^2}{4}$, а потому формулу для площади

поперечнаго сѣченія на срединѣ $y = \frac{\pi}{4} D_1^2$ можно преобразовать въ

$y = \frac{\pi}{4} \frac{D^2}{4} = \frac{\pi D^2}{16}$, откуда $D^2 = \frac{16 y}{\pi}$; подставляя это значеніе для

D^2 въ формулу $\frac{\pi}{12} D^2 H$, получимъ $V_k = \frac{\pi}{12} \frac{16 y}{\pi} H = \frac{4}{3} y H$. Слѣдо-

вательно истинный объемъ V_k равенъ не $\frac{3}{3} y H$, или $y H$, какъ полагаютъ

нѣкоторые авторы, а $\frac{4}{3}$ этой величины, т. е. на $\frac{1}{3}$ больше получаемой

при вычисленіи (6).— Величина этой погрѣшности можетъ быть выражена

еще иначе. $V_k = \frac{g \cdot H}{3}$; но въ конусѣ площадь, взятая на срединѣ рав-

няется $\frac{1}{4}$ площади основанія, слѣд. $y = \frac{g}{4}$. Подставляя эту величину въ не-

правильную формулу, посредством которой объемъ дерева вычисляется по диаметру, взятому на срединѣ, т. е. $V = y H$, получимъ $V = \frac{g}{4} H$.

Изъ разности истинной формулы конуса и неправильной опредѣлится величина погрѣшности, а именно: $\frac{g H}{3} - \frac{g H}{4} = \frac{4}{12} g H - \frac{3}{12} g H = \frac{1}{12} g H$.

Отсюда слѣдуетъ, что вычисляя объемъ конического ствола по срединному диаметру получается погрѣшность, равная одной двѣнадцатой цилиндра одинаковыхъ со стволомъ размѣровъ. (7)

Имѣя дѣло не съ полными коническими стволами, а съ бревнами такого же характера, мы всетаки, сдѣлаемъ значительную ошибку, если станемъ вычислять такое бревно по срединному диаметру. Другими словами ошибка въ вычисленіи будетъ равняться той, которая получается при опредѣленіи усѣченного конуса по диаметру взятому на срединѣ. Доказательство этого положенія находится въ лѣсной таксаціи Арнольда (8).

Объемъ конуса $V_k = \frac{\pi}{12} (D^2 + d^2 + Dd) h$; преобразовывая эту формулу послѣдовательно получается:

$$\begin{aligned} V_k &= \frac{\pi}{12} h \left(\frac{4D^2 + 4d^2 + 4Dd}{4} \right), \\ &= \frac{\pi}{48} h (3D^2 + 3d^2 + 6Dd + D^2 + d^2 - 2Dd), \\ &= \frac{\pi}{48} h \left(3(D+d)^2 + (D-d)^2 \right), \\ &= \frac{1}{4} \frac{\pi}{4} (D+d)^2 h + \frac{1}{12} \frac{\pi}{4} (D-d)^2 h; \end{aligned}$$

$$\text{но } \frac{1}{4} \frac{\pi}{4} (D+d)^2 h = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h, \text{ а } \frac{D+d}{2} = D_1 \text{ (9);}$$

$$\begin{aligned} \text{слѣд. } V_k &= \left(\frac{\pi}{4} D_1^2 + \frac{1}{12} \frac{\pi}{4} (D-d)^2 \right) h \\ &= \frac{\pi}{4} D_1^2 h + \frac{1}{12} \frac{\pi}{4} (D-d)^2 h. \end{aligned}$$

Слѣдовательно, ошибка въ данномъ случаѣ, при вычисленіи конического бревна по диаметру, измѣренному на срединѣ, равна $\frac{1}{12}$ цилиндра, имѣющаго съ бревномъ одинаковую высоту, а диаметръ площади основанія, равный разности диаметровъ, комлеваго и верхнихъ сѣченій. По этому, вычисливъ объемъ конического бревна по срединному диаметру, необходимо къ нему прибавить еще объемъ указаннаго цилиндра и только тогда получится вѣрный результатъ.

Погрѣшность, которая могла бы быть сдѣлана при вычисленіи объема нейлоидального ствола не имѣетъ практическаго значенія для лѣсовъ Царства Польскаго, въ которыхъ только въ незначительномъ количествѣ встрѣ-

чаются породы (береза, лиственница), которымъ свойственна эта форма. Около 90% всей лѣсной площади занята сосною, которая только въ самыхъ исключительныхъ случаяхъ принимаетъ видъ нейлоида. Если бы стволъ, съ такими выпалыми боками какъ указанная геометрическая фигура, вычислялся по формулѣ yH , то ошибка доходила бы до 100% потому что истинный объемъ нейлоида равенъ $2yH$ (1°).

Изъ сказаннаго о вычисленіи объема деревьевъ по разсмотрѣнному способу, который былъ предлагаемъ большинствомъ изъ польскихъ авторовъ, а также примѣняется въ казенныхъ лѣсахъ, слѣдуетъ, что онъ съ теоретической стороны вѣренъ только для цилиндрическихъ и параболическихъ деревьевъ; что-же касается всѣхъ остальныхъ формъ, то, оставляя въ сторонѣ случаи, въ которыхъ ошибка можетъ равняться отъ 33,3% до 100%, мы должны согласиться, что она, обыкновенно, будетъ достигать величины отъ 5%—10%, являющейся и для практики слишкомъ значительною.

Отъ способа опредѣленія объема древесныхъ стволовъ по срединному діаметру, является весьма естественнымъ переходъ къ методу дѣленія ствола на отрубки. Нѣкоторые польскіе авторы частью знакомы съ этимъ приѣмомъ, но они его не представляютъ себѣ такимъ образомъ, какъ бы это слѣдовало по принципамъ Кестнера и Губера. Первые находятъ нужнымъ дѣлить стволъ на отрубки только тогда, когда онъ очень кривой, или (но только между прочимъ) когда требуется особенно значительная точность, считывая при этомъ получить цилиндры, между тѣмъ какъ Губеръ разсматриваетъ образываемые имъ отрубки, какъ усѣченные параболоиды. Странно, что въ польскую литературу не проникли свѣдѣнія о значеніи въ этомъ дѣлѣ параболоида, когда напр. уже въ 1806 году Смаліанъ писалъ о немъ въ Гартиговскомъ журналѣ für Torst-Jagd-und Fischerei Wesen, а въ 1817 году, какъ сообщаетъ тотъ же Смаліанъ въ своей Holzmesskunst, формула $Vp = yh$ была принята прусскимъ казеннымъ лѣснымъ управленіемъ, и въ 1825 году уже успѣли выйти таблицы Губера. Тѣ изъ польскихъ авторовъ, которые предлагаютъ дѣлить стволъ на отрубки, не дѣлаютъ никакихъ указаній относительно абсолютной длины этихъ послѣднихъ, но замѣчаютъ, что при дѣленіи слѣдуетъ образовывать отрубки, крайніе діаметры которыхъ по толщинѣ не должны отличаться другъ отъ друга болѣе чѣмъ на два дюйма.

Изъ польской лѣсной литературы вообще, и лѣсной практики другихъ народовъ, намъ извѣстно, что методъ опредѣленія объема по срединному діаметру признанъ удовлетворительнымъ даже для очень длинныхъ отрубковъ и обезвершиненныхъ стволовъ, но разница тутъ заключается во взглядѣ на дѣло. Первая опредѣляетъ по указанному способу и модельныя деревья (11), между тѣмъ какъ вторая, примѣняя его, относитъ свои вычисленія каждый разъ только къ данной штукѣ. Послѣ этого, конечно, приѣмъ польской литературы не можетъ быть оправданъ, напр. распоряженіемъ австрійскаго министерства отъ 1858 года, по которому длина бревна, вычисляемаго какъ одинъ отрубекъ, ставится въ зависимости отъ цѣны лѣса, а именно, при стои-

мости въ 10 крейц. за куб. фут. дозволяется 30-ти футовое бревно разсматривать какъ одинъ отрубокъ, а при цѣнѣ менѣе 10 крейц. эта длина можетъ доходить до 60 фут.

Въ виду вышесказаннаго взгляда на вопросъ, извѣстные опыты Рике, Пресслера, Зейденштикера, Юдейха, Шааха, Зинцеля и пр., относящіяся къ разсматриваемой области древоизмѣренія и вполнѣ оправдывающіе, по мнѣнію Баура и Кунце, примѣненіе формулы yH , тоже не могутъ безусловно говорить въ пользу пріема опредѣленія объема деревьевъ по срединному діаметру. При этихъ опытахъ получилось, что наименьшій средній, и при томъ отрицательный, результатъ отличается отъ истинной величины на 0,72% (опыты Рике), а наибольшая средняя, и къ тому положительная величина превышала дѣйствительный объемъ на 4,33% (опыты Зейденштикера); колебанія получались отъ $-13,7\%$ до $+8,2\%$ (12). Соглашаясь, что, въ виду громаднаго удобства формулы yH , на практикѣ въ отношеніи единичныхъ стволовъ и можетъ быть допускаема показанная погрѣшность, ее, конечно, нельзя терпѣть въ тѣхъ случаяхъ, когда вычисленія такого характера, при которомъ ошибка можетъ быть перенесена на значительное число деревьевъ.—Несмотря на то, что лѣсосѣки оцѣниваются въ Царствѣ Польскомъ уже съ 1816 года и существуетъ, сравнительно, довольно значительная литература по древоизмѣренію, въ послѣдней нельзя найти изслѣдованій, касающихся возбужденнаго здѣсь вопроса. По моей просьбѣ бывшій воспитанникъ Ново-Александрійскаго института, лѣсничій Брониславъ Александровичъ произвелъ нѣсколько измѣреній, такъ сказать, по польскимъ правиламъ и провѣрилъ ихъ по формулѣ Симпсона. Вотъ эти измѣренія, произведенныя надъ сосною:

Толщина дерева на высотѣ 6' въ дюймахъ	Діаметръ стволовъ на сред- нѣ въ д.	Стволы вычисля- лись до толщины (въ дюй- махъ)	Длина штуки въ фут.	Объемъ вы- численный по діаметру взятому на срединѣ	Объемъ выч. по форм. Симпсо- на.	Погрѣш- ность въ куб. фут.	Погрѣш- ность вы- раженная въ %
29	21,5	6	72	181,52	177,06	+4,46	+ 2,40
20	16,5	11	60	89,09	93,3	-4,21	- 4,50
20,5	15,75	6,5	60	81,17	83,5	-2,33	- 2,80
18	15	8,5	60	73,63	73,9	-0,27	- 0,37
18,25	15,25	8,5	72	91,32	91,34	-0,02	- 0,02
17,5	11,5	8	60	43,28	47,03	-3,80	- 8,06
на высо- тѣ 3'	18,75	14	51	54,5	60,99	-6,45	-10,50
тоже	18,75	13,25	72	71,57	77,07	-5,5	- 7,10

Изъ приведенной таблицы оказывается, что только одинъ разъ погрѣшность была положительная, достигая 2,40%, между тѣмъ, какъ во всѣхъ остальныхъ случаяхъ, она оставалась отрицательною, колебаясь между — 0,02% и — 10,50%.

Мною изслѣдовано 15 сосновыхъ стволовъ толщиною отъ 14" до 20" на высотѣ груди и длиною отъ 56' до 78', и послѣдовательно найдена слѣдующая погрѣшность въ %: — 8,95 — 6,75 — 2,96 — 2,43 — 2,30 — 0,73 — 0,65 — 0,45 — 0,02 + 0,26 + 0,60 + 0,87 + 2,10 + 6,08 + 7,68. Стволы раздѣлялись на шести-футовые отрубки, которые были вычислены по Губеру. Отсѣкаемая вершина имѣла въ основаніи отъ 3½" — 9", а обыкновенно отъ 5" — 6".

Соглашаясь, что опредѣленіе объема деревьевъ по срединному діаметру не годится для точныхъ научныхъ изслѣдованій и хотя бы для вычисленія модельныхъ деревьевъ, относительно которыхъ не все равно получится ли погрѣшность напр. — 8% или + 7%, а требуется всегда одна и та же степень точности, необходимо этотъ способъ усовершенствовать, или говоря проще, примѣнять для указанныхъ цѣлей формулу Губера, съ раздѣленіемъ ствола на отрубки, соответствующей длины. Въ виду однообразія полезно примѣниться къ приемамъ, практикующимся на германскихъ опытныхъ станціяхъ, дѣлая напр. отрубки длиною въ 1 или 2 метра ⁽¹³⁾. Но такъ какъ въ Царствѣ Польскомъ казенная лѣсная администрація употребляетъ русскій футъ, то и отрубки могутъ быть дѣлаемы длиною отъ 3' — 6' или 7'. Семи-футовые отрубки представляютъ удобство въ томъ отношеніи, что по сдѣланнымъ записямъ во время измѣренія, возможно будетъ прослѣдить толщину бревна на каждой сажени, а это, въ свою очередь, представить извѣстное удобство при сортировкѣ лѣса ⁽¹⁴⁾.

1. Oettelt. Praktischer Beweis, dass die Mathesis bei dem Forstwesen unentbehrliche Dienste thue. Fisenach, 1765.
2. Какъ извѣстно, объемъ конуса, $V_k = g \frac{H}{3}$, объемъ параболоида $V_k = g \frac{H}{2}$, а нейлоида, $V_n = g \frac{H}{4}$. Показанная степень погрѣшности выводится изъ отношенія, съ одной стороны, V_k къ V_p , а съ другой, V_k къ V_n .
3. Voigt. Beherrigungen für diejenigen, welche sich dem Forstbaushalte als vorgesetzte zu widmen denken. 1872.
4. См. свойства параболоида, по которому площадь сѣченія, сдѣланная на срединѣ равняется половинѣ площади основанія въ сочиненіяхъ по лѣсной таксаціи, напр.: А р н о л ь д а справочная книга и лѣсная таксація, Б а у р а лѣсная таксація, К у н ц е — древоизмѣреніе и т. д.

Мнѣніе П р е с с л е р а о значеніи срединнаго діаметра находится въ его статьѣ: „Fundamente und Regeln einer rationellen Stammkubirung. Jahrbuch der Königl. sächs. Akademie für Forst und Landwirth zu Tharand. X V., Leipzig, 1854, Стр. 150—201. П р е с с л е р ь говоритъ, что въ этомъ случаѣ извѣстная быстрота достигается на счетъ точности.

5. Это свойство усѣченнаго параболоида можетъ быть доказано еще иначе, пространнѣе, а вмѣстѣ съ тѣмъ и болѣе наглядно, но я въ настоящемъ раз-

сужденіи не могу удалаться въ сторону, потому что имѣю цѣлью только доказать, на сколько вѣренъ таксаціонный пріемъ, примѣняемый въ лѣсахъ Царства Польскаго.

Выводъ формулы для объема цѣлаго и усѣченнаго параболоида находится напр. въ Учебникѣ Древоизмѣренія Макса Кунце (см. переводъ со 2-го изданія подъ редакціей О. К. Арнольда). Москва, 1878, стр. 41—49. Въ оригиналѣ: Lehrbuch der Holzmesskunst von Max Kunze, Berlin (Wiegand und Hempel), 1873, этотъ же выводъ находится на стр. 26—34.

6. Формула $V_k = \frac{4}{3} y H$ можетъ быть представлена въ такомъ видѣ:

$$V_k = \left(y + \frac{y}{3}\right) H = y H + \frac{y}{3} H; \text{ но } y = \frac{G}{4}, \text{ слѣд. } \frac{y}{3} = \frac{G}{12},$$

$$\text{а потому } V_k = y H + \frac{G}{12} H, \text{ откуда } \frac{G}{12} H$$

представляетъ собою величину погрѣшности, получаемую при этомъ неправильномъ способѣ вычисленія.

Арнольдъ получаетъ этотъ выводъ слѣдующимъ образомъ:

$$\text{Объемъ конуса } V_k = \frac{\pi}{4} D^2 \frac{H}{3} = \frac{\pi}{12} D^2 H;$$

$$\text{Но въ конусѣ } D_1 = \frac{D}{2}, D_1^2 = \frac{D^2}{4}, \text{ а } 4 D_1^2 = D^2;$$

подставляя, получимъ:

$$\begin{aligned} V_k &= \frac{\pi}{12} 4 D_1^2 H = \frac{\pi}{12} (D_1^2 + 3 D_1^2) H = \left(\frac{1}{3} \frac{\pi}{4} D_1^2 + \frac{\pi}{4} D_1^2\right) H = \\ &= \left(\frac{1}{3} \frac{\pi}{4} \frac{D^2}{4} + \frac{\pi}{4} D_1^2\right) H = \left(\frac{1}{12} \frac{\pi}{4} D^2 + \frac{\pi}{4} D_1^2\right) H. \end{aligned}$$

$$\text{Но такъ какъ } \frac{\pi}{4} D_1^2 H = y H, \text{ а } \frac{1}{12} \frac{\pi}{4} D^2 H = \frac{1}{12} G H,$$

$$\text{то } V_k = y H + \frac{1}{12} G H.$$

Тутъ также $\frac{1}{12} G H$ есть величина искомой погрѣшности.

Лѣсная Таксація О. К. Арнольда. Второе изд., Стъ-Петербург. 1863 г., стр. 40.

Справочная книга для земледѣльца и лѣсничаго. Пособіе для разнаго рода расчетовъ по хозяйству. Составилъ О. Арнольдъ, Стъ-Петербург. 1862 г., стр. 273.

Лѣсная Таксація Баура въ переводѣ Л. Шафранова (1878), стр. 72.

7. Эта погрѣшность можетъ быть выведена иначе. Die Holzmesskunst Anleitung zur Aufnahme der Bäume und Bestände nach Masse Alter und Zuwachs von Dr Fr. Baur. Zweite Aufl., Wien 1875, Braumüller, стр. 39.

Вывода формулу для усѣченнаго конуса по средне-арифметическому діаметру, она выразится слѣд. образомъ:

$$V_k = y h + \frac{1}{12} g' h \quad (g' = \text{площади сѣченія, діаметръ котораго} = D - d).$$

Если предположить, что $d = 0$, то \bar{K} обращается въ K , и $g' = G$, а $h = H$.

Слѣдовательно $V_k = y H + \frac{G H}{12}$. А потому, вычисляя полный конусъ по діаметру на срединѣ, получается ошибка равная объему $\frac{1}{12}$ цилиндра, имѣющаго съ конусомъ одинаковыя высоту и діаметръ основанія.

8. Лѣсная таксація Арнольда, 1868 г., стр. 42 и Справочная книга Арнольда, 1862 г., стр. 273.

Эта же формула выведена у Рике, у котораго вмѣсто D , введенъ R . См. Fridrich Rieke. Ueber die Berechnung des Körperlichen Inhalts unbeschlagener Baumstämme. Stuttgart, 1849 (Metzler) стр. 4.

9. Въ усѣченномъ конусѣ срединный діаметръ (діаметръ на срединѣ) равняется полусуммѣ діаметровъ двухъ крайнихъ сѣченій. Въ этомъ свойствѣ усѣченнаго конуса будетъ предстоять надобность и впослѣдствіи, а потому я воспользуюсь случаемъ, чтобы привести необходимое доказательство. Согласно основному свойству конуса $D : d = h + h' : h'$ (h' = высотѣ недостающей верхушки); отсюда $D + d : D = h + h' + h' : h + h'$ или $D + d : D = h + 2h' : h + h'$; въ свою очередь

$$D_1 : D = \frac{h}{2} + h' : h + h'; \text{ слѣдов. } D + d : D_1 = \frac{h}{2} + h' + h + h' : \frac{h}{2} + h' \text{ или}$$

$$D + d : D_1 = h + 2h' : \frac{h}{2} + h'; \text{ отсюда}$$

$$D_1 = (D + d) \frac{\frac{h}{2} + h'}{h + 2h'}; \text{ но } \frac{\frac{h}{2} + h'}{h + 2h'} = \frac{1}{2}, \text{ а потому}$$

$$D_1 = (D + d) \frac{1}{2} = \frac{D + d}{2}.$$

Это доказательство находится въ Лѣсной таксаціи Арнольда (1868), на стр. 42 и въ его Справочной книгѣ (1862), на стр. 274.

10. Max Kunze. Lehrbuch der Holzmesskunst. Berlin, 1873; стр. 34—38 и 57. Въ русскомъ переводѣ Арнольда, стр. 43—48 и стр. 72.

Вообще для изученія древесныхъ формъ и способовъ ихъ опредѣленія необходимо познакомиться съ упомянутымъ выше сочиненіемъ: H. L. Smalian. Beitrag zur Holzmesskunst. Stralsund, 1837 (Löflier), стр. 20—55.

11. Изъ дальнѣйшаго изложенія будетъ видно, что неоднократно предлагалось вычислять модельныя деревья по срединному діаметру. Вообще мы не замѣчаемъ, чтобы существовало сознаніе о необходимости вычислять модельныя деревья болѣе тщательно нежели всѣ деревья насажденія.

12. Объ этихъ опытахъ можно прочесть въ:

Tharander forstliches Jahrbuch 12 B, 1856, стр. 192, статья Пресслера.

Allgemeine Forst und Jagd Zeitung, 1860, стр. 106, статья Зейденштикера.

Тамъ же, за 1861 г., стр. 117, статья, Юдейха.

Тамъ же, въ прибавленіи къ V тому, на стр. 141, статья Шталя.

Tharander Forstliches Jahrbuch 19 томъ, за 1859 г., стр. 244—256. Kleine Beiträge zur Holzmesskunst, vom Revierförster M. Kunze. Untersuchungen über die Genauigkeit der gebräuchlichsten Kubirungsformeln bei verschiedenen Sectionslängen.

Allg. Forst-und Jagdzeitung, 1842, стр. 45 и 1843. стр. 205. Зинцель получалъ погрѣшность отъ + 1 до — 27%.

Раздѣляя стволы на два отрубка и вычисляя каждый въ отдѣльности, получаемая степень точности незначительно измѣнилась, а именно отъ 0,59% до — 5,53%, но за то крайніе предѣлы колебаній съузились, не превышая + 7,8% и — 11,9%.

О формулѣ Губера можно прочесть въ: Huber, Hülftafeln für Bedienteste des Forst und Baufachen zur leichten und schnellen Berechnung des Masseninhaltes roher Holzstämme. München, 1828. — Allg. Forst- und Jagdzeitung

- 1829, стр. 414.— F. Riecke, Ueber die Berechnung des körperlichen Inhalts unbeschlagener Baumstämme. Stuttgart, 1849. стр. 59—61.
13. Ganghofer, das forstliche Versuchswesen въ переводѣ студентовъ, Ново-Александрійскаго института, подѣ редакціей автора: Лѣсное опытное дѣло. Варшава, 1882. Инструкція для составленія таблицъ видовыхъ чиселъ и массовыхъ таблицъ, стр. 127.
14. Въ заключеніе этого § надо сказать, что польскіе лѣсохозяева не могли найти поддержки въ своихъ изслѣдованіяхъ по древоизмѣренію, въ математической литературѣ. Къ болѣе распространеннымъ руководствамъ по геометріи относятся: Clairant—Zasady geometryi z rozporządzenia ministra wychowania publicznego, przeznaczone dla szkół okręgu naukowego Warszawskiego (Warszawa, 1857); Józef Mazurkowski — Zasady geometryi, часть II Solidometrya (stereometrya) (Warszawa 1853); Wincenty Karczewski, и т. д., изъ которыхъ, напр. первый (стр. 137) опредѣляетъ объемъ усѣченнаго конуса изъ разности полнаго конуса и верхушки, а второй (стр. 260) вычисляетъ тотъ же усѣченный конусъ по формулѣ

$$V_k = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr)$$

Эти самыя формулы предлагались для вычисленія объема древесныхъ тѣлъ.

§ 7.

Вычисленіе объема единичныхъ срубленныхъ деревьевъ по средне-арифметическому діаметру.

Вопросъ о средне-арифметическомъ діаметрѣ выдѣленъ мною въ отдѣльный параграфъ въ виду того значенія, который онъ имѣлъ и еще имѣеть для древоизмѣренія, производимаго въ лѣсахъ Царства Польскаго. Слово древоизмѣреніе, между прочимъ, мною употреблено въ смыслѣ нѣмецкаго „Bestandesaufnahme“, а слѣдовательно, оно обнимаетъ собою всѣ тѣ работы, которыя сопряжены съ опредѣленіемъ запаса, возраста и прироста насажденій (Переводъ Ганггофера „Das forstliche Versuchswesen“. Варшава 1882). Опредѣленіемъ объема деревьевъ по сказанному средне-арифметическому діаметру занимались многіе польскіе писатели и можно насчитать болѣе пятнадцати сочиненій, которыя такъ или иначе затрагиваютъ этотъ способъ.

Къ тому, понятіе о средне-арифметическомъ діаметрѣ не вполне выяснено, а опредѣленіе по немъ объемовъ, дающее большія ошибки, обыкновенно, признается универсальнымъ способомъ въ области дендрометріи.

Платеръ первый (1818) заговорилъ о средне-арифметическомъ діаметрѣ. Въ данномъ имъ наставленіи ⁽¹⁾ о способѣ производства древоизмѣренія находится одно указаніе, относящееся къ этому вопросу. Четвертый параграфъ гласитъ: по правиламъ геометріи для опредѣленія объема *цилиндра* измѣряются верхній и нижній поперечники, полусумма которыхъ представляетъ собою средне-арифметическій діаметръ—średnica stosunkowa или zgównana; затѣмъ изъ отношенія 100 къ 314, по найденному діаметру

опредѣляется окружность, которая, будучи умножена на $\frac{1}{2}$ радиуса, даетъ площадь круга или площадь основанія—*podstawa*. Произведение изъ величины послѣдней и высоты цилиндра даетъ его объемъ ⁽²⁾.

Въ 1821 году въ Сильванѣ ⁽³⁾ была предложена формула для вычисленія усѣченнаго конуса по средне-арифметическому діаметру съ необходимою поправкою, которая впоследствии почти совершенно была забыта. Сказанная формула имѣетъ такой видъ:

$$V_k = \frac{\left(\frac{D+d}{2}\right)^2 \pi h}{4} + \frac{\left(\frac{D-d}{4}\right)^2 \pi y}{4}$$

Однако, авторъ этого предложенія находитъ вычисленіе по приведенной формулѣ слишкомъ мѣшкотнымъ, а потому полагаетъ возможнымъ вычислять объемъ всей лѣсины какъ цилиндръ, если только стволъ отличается достаточною полнодревесностью. Послѣднимъ соображеніемъ вѣроятно и должно себѣ объяснить, почему практика остановилась на болѣе легкомъ способѣ, а именно, на опредѣленіи объема лѣсины какъ цилиндра, или вообще по діаметру $\frac{D+d}{2}$.

Въ таблицахъ по таксаціи, помѣщенныхъ въ Сильванѣ (1823), только указана погрѣшность, которая получается при вычисленіи бревна по средне-арифметическому діаметру и представлена ея величина на частномъ примѣрѣ, послѣ чего, въ заключеніе, на практикѣ предлагается производить вычисленія по сказанному діаметру безъ всякихъ поправокъ ⁽⁴⁾.

Въ польской лѣсной литературѣ понятіе о средне-арифметическомъ діаметрѣ и діаметрѣ, находящимся на срединѣ бревна—срединномъ діаметрѣ, часто смѣшиваются между собою. Конечно, если бы всѣ бревна были усѣченные конусы, то дѣйствительно можно было бы отождествить сказанные два діаметра. Но дѣло въ томъ, что въ параболическихъ фигурахъ и неилоидныхъ такое отношеніе ихъ между собою уже болѣе не имѣетъ мѣста. Высказанный неправильный взглядъ на срединный діаметръ можно найти въ распоряженіи правительственной комисіи финансовъ и казначействъ, отъ 7 февр. 1834 г., въ которомъ діаметръ на срединѣ тоже называется какъ и средне-арифметическій—*średnica zrównana* и, къ тому, опредѣляется прибавленіемъ къ поперечнику отруба столько четвертей дюйма, сколько имѣется саж. во всей длинѣ штуки ⁽⁵⁾. Распоряженіе о нормальной таксѣ, отъ 18 марта 1851 года, почти подтверждаетъ предъидущее, потому что оно называетъ діаметръ, взятый на срединѣ — *średnica zrównana*, которая опредѣляется непосредственнымъ измѣреніемъ или увеличеніемъ поперечника верхняго сѣченія такимъ числомъ полудюймовъ, которое показываетъ сколько сажень находится во всей длинѣ бревна ⁽⁶⁾. Генке совершенно ясно понимаетъ, какъ велика должна быть погрѣшность при вычисленіи бревенъ по средне-арифметическому діаметру, но не относится съ необходимою строгостью къ терминологіи предмета. Онъ говоритъ, что въ казенномъ лѣсномъ управленіи вычисленія объема производятся по *średnicy zrównanej*, для чего необходимъ масбантъ съ нанесенными на

немъ діаметрами; указываетъ на то, что ошибка при вычисленіи по упомянутому діаметру равна $\frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 \frac{H}{3}$ (7), но въ заключеніе не настаиваетъ на исправленіе получаемой погрѣшности, такъ что таблицы Генке до настоящаго времени употребляются прямо для вычисленія объема цилиндровъ по полусуммѣ крайнихъ діаметровъ или по срединному поперечнику. Подобнымъ же образомъ понятіе о средне-арифметическомъ діаметрѣ не вполне точно выяснено Выдржинскимъ (8), не различающимъ сказанный діаметръ, діаметръ измѣренный непосредственно на срединѣ бревна и средній діаметръ, вычисленный по сбѣгу. Эта же неточность повторяется Полуянскимъ въ двухъ его сочиненіяхъ Wykład popularny (1860) и Leśnictwo polskie (1861), безразлично употребляющимъ названіе średnica zrównana для средне-арифметическаго діаметра и для діаметра, измѣреннаго на срединѣ (9).

Остальные польскіе авторы, писавшіе о средне-арифметическомъ діаметрѣ, хотя и точно опредѣляютъ его какъ средне-арифметическую величину двухъ крайнихъ поперечниковъ, но за то уже не предлагаютъ никакихъ поправокъ. Аулейтнеръ (1845) еще вводитъ читателя въ заблужденіе своими обыкновенными таблицами цилиндровъ, которыя на первый взглядъ кажутся специально составленными для діаметра $\frac{D+d}{2}$ (10), Козловскій (1846) примѣняетъ средній діаметръ $\frac{D+d}{2}$ только къ короткимъ штукамъ, на что слѣдуетъ возразить, что тутъ можно ограничиться срединнымъ діаметромъ (11), Гретшель (1877 г.) (12) вычисляетъ объемы бревенъ по двумъ крайнимъ діаметрамъ, какъ усѣченные конусы, а Кольманъ (1860) (13) Колечко (1882) (14) и друг. безъ оговорокъ прямо предлагаютъ вычислять объемы бревенъ какъ цилиндры, діаметръ которыхъ равенъ $\frac{D+d}{2}$.

1. objaśnienie rachunku miąższości do działań leśnych przystosowanego, см. Zbiór urzędzeń и т. д. Warszawa, 1818.

Въ различнаго рода правительственныхъ распоряженіяхъ średnica zrównana переведена на русскій языкъ словами средній діаметръ. При этомъ не говорится о способѣ полученія этого діаметра. См. сборникъ административныхъ постановленій, напр.: а) распоряженіе о порядкѣ контроля деревьевъ бесплатно отпускаемыхъ изъ казенныхъ лѣсовъ отъ 29 Сентября 1833, стр. 17, № 281; б) Архитекторы и инженеры должны показывать по смѣтамъ штуки такихъ размѣровъ, какія подлежатъ употребленію для постройки, стр. 47, № 298.—Въ положеніи о лѣсномъ счетоводствѣ, отъ 23 Дек. 1823, № 347, стр. 377, употреблены русскія слова: уравненный діаметръ.—Гретшель (Tablice, 1876) называетъ срединный діаметръ: średnica średnia (стр. 5).

2. Для ознакомленія съ предложеннымъ мѣшкотнымъ и непрактичнымъ ходомъ вычисленій, я приведу численный примѣръ Платера. Бревно

имѣетъ форму *цилиндра*. Діаметръ нижняго сѣченія равенъ 12", верхняго 8", а длина 6 саж.; сред. ариф. діаметръ = $12 + 8 = 20$; $20 : 2 = 10$.; окружность круга = $3,14 \times 10 = 31,40$; если сред. ариф. діаметръ = 10, то радіусъ = 5, а половина радіуса = 2,5. Площадь основанія получится отъ умноженія 31,40 на 2,5, т. е. 78,500; причемъ, между прочимъ, подробно объясняется какъ производится умноженіе десятичныхъ дробей. Далѣе длина въ 6 саж. = 36 поль. фут. = 432"; умножая 78,500 на 432 получится 33912,000 (показано все дѣйствіе умноженія); 1 фут. = 12", 1 кв. футъ = 144 кв. д., 1 куб. футъ (*sześcienny*) = 1728 куб. дюйм., а потому раздѣляя 33912,000 на 1728 (опять сдѣлано все дѣйствіе дѣленія) получается 91625, или 91,625 куб. фут.

3. *Oszacowanie lasów*, статья, помѣщенная во II томѣ *Сильвана*, за 1821 годъ, на стр. 142.

4. *Tablice pomocnicze* и т. д. Warszawa, 1823. *Tablice do wyrachowania bryłowatości walców w szczególności do wyrachowania masy pni leżących*, стр. 7.

На частномъ примѣрѣ предположено, что бревно имѣетъ форму усѣченного конуса и при томъ нижняя окружность = 24", верхняя = 10", и длину въ 30'. Средняя окружность = $\frac{24 + 10}{2} = 17"$, а $V_k = 4,79$ куб. футъ.

Величина поправки равна объему конуса, имѣющаго окружность $\frac{24 - 10}{2} = 7"$. Объемъ V_c при указанномъ діаметрѣ = 0,81, а искомая поправка, $\frac{0,81}{3} = 0,27$. Хотя истинный объемъ бревна равенъ $4,79 - 0,27$ куб. фут. (5,06), но тѣмъ не менѣе, таблицы предлагаютъ пренебрегать на практикѣ величиною погрѣшности (въ 0,27 куб.), которая получается на штукѣ даже съ такою большою разницею діаметровъ. Тутъ величиною погрѣшности принята въ $\frac{1}{3}$ часть цилиндра, имѣющаго своимъ діаметромъ полуразность двухъ крайнихъ поперечниковъ, что равнозначущее съ $\frac{1}{12}$ объема цилиндра, у котораго поперечникъ равенъ разности крайнихъ діаметровъ.

5. *Rozporządzenie w przedmiocie dochodzenia masy drzewa okrągłego nieobrobionego z sztuk w kwadrat obrobionych*, 7 Lut. 1834.

Тутъ сказано, что по рескрипту отъ 30 Авг. 1833 г. полагалось, для полученія срединнаго діаметра, прибавить къ верхнему діаметру столько половинокъ дюйма, сколько имѣется саж. въ половинѣ длины даннаго бревна.

6. Сборникъ административныхъ постановленій, томъ XII, стр. 658, постановленій о нормальной таксѣ — о *taksie leśnej zasadniczej*, отъ 18 Марта 1851. При этомъ же рекомендуются таблицы цилиндровъ, составленныя Генке.

7. *Nauka urzędzenia, szacowania* и т. д. Warszawa, 1846, стр. 191.

8. *Przewodnik dla służby leśnej* и т. д. Warszawa, 1853, стр. 166 и 287.

Średnica zrównana получается дѣлѣніемъ пополамъ двухъ крайнихъ діаметровъ, или увеличеніемъ верхняго діаметра на основаніи имѣющихся распоряженій или уменьшеніемъ нижняго поперечника на основаніи имѣющагося опыта.

Przewodnik Выдржинскаго былъ также напечатанъ въ XXIII томѣ *Sylwana*, на стр. 184 — 253.

9. А. *Polujański*. *Wykład popularny nauki gospodarowania w lasach* и т. д. Warszawa, 1860, стр. 50 и 78.

Średnica zrównana въ болѣе короткихъ штукахъ равняется полусуммѣ крайнихъ діаметровъ и она же получается прибавленіемъ къ верхнему діаметру по полудюйму на каждую сажень всей длины.

Leśnictwo polskie и т. д. Warszawa, 1861, стр. 6. Тутъ повторяется то же самое, съ тою только разницею, что на каждую сажень длины къ верхнему діаметру прибавляется по четверти дюйма.

10. Gospodarstwo leśne czyli proste zasady hodowania, urządzenia i ochrony lasów, oraz korzystnego z nich użytkowania, z szczególną uwagą na lasy prywatne dla użytku właścicieli ziemskich, rządców dóbr i leśniczych. Wyłożone przez Antoniego Auleitnera. Warszawa, 1845. Настоящая довольно объемистая книга, въ 335 стр., содержитъ въ себѣ по древоизмѣренію только одну таблицу, озаглавленную: Tablica wskazująca miąższość drzewa w stopach sześciennych, służąca do oszacowania drzewa w stanie okrągłym ściętego lub na pniu stojącego.

Эта таблица представляетъ собою ничто иное какъ обыкновенную таблицу цилиндровъ, которая напр. помѣщена въ Лѣсномъ Календарѣ (Собичевскаго и Шафранова). Размѣры толщины имѣются отъ 6' до 42", а высоты отъ 6' до 60' черезъ каждый футъ и далѣе до 90 футовъ уже черезъ каждые 6'.

Въ маленькомъ поясненіи, приобщенномъ къ этой таблицѣ, говорится, что она составлена для вычисленія бревенъ (какъ цилиндровъ), по діаметру, взятому на срединѣ — *średnicy zrównanej*, которая получается, если поперечникъ на высотѣ двухъ или трехъ локтей, сложить съ діаметромъ верхняго отруба и сумму раздѣлить на два.

11. Kozłowski. Słownik leśny и т. д. Warszawa, 1846. Глава — Szacowanie, стр. 468 и 488. Бревна опредѣляются по срединному діаметру, который найдется, если взять полусумму крайнихъ поперечниковъ. Способъ этотъ признается примѣнимымъ только къ бревнамъ, въ которыхъ діаметры крайнихъ сѣченій отличаются другъ отъ друга не болѣе чѣмъ на 2 дюйма, въ противномъ случаѣ измѣряемую штуку надо дѣлить на отрубки.
12. Tablice do obliczania miąższości drzewa według miar metrycznych, z dodatkiem tablic pomocniczych, tudzież do zamiany miar i wag metrycznych na miary i wagi wiedeńskie i odwrotnie. Ułożył Karol Gretscher, nadleśniczy hrabstwa Tenczyńskiego. Kraków, w drukarni W. Korneckiego, nakładem autora, 1876. стр. 15—43. Авторъ предлагаетъ свои таблицы въ метрической мѣрѣ.
3. Kohlmann. Tabele kubiczne do drzewa okrągłego и т. д. Eilenburg, 1880. Средне-арифметическій діаметръ названъ *średnica środkowa* и получается раздѣленіемъ суммы крайнихъ діаметровъ на 2. На стр. 1 — 46 помѣщены таблицы цилиндровъ, будто единственно служащихъ для вычисленія по діаметру $\frac{D + d}{2}$.

Они въ отношеніи толщины цилиндровъ начаты съ 3" и идутъ черезъ каждую половину дюйма до 49½"; длина же каждый разъ вычислена отъ 1' — 30'.

Кольмановскія таблицы существуютъ въ видѣ шести отдѣльныхъ изданій. Тѣ, которые только что приведены, изданы также въ видѣ двухъ отдѣльныхъ брошюръ, изъ которыхъ одна содержитъ только таблицы для круглаго лѣса, а другая—для лѣса обдѣланнаго въ кантъ. Первыя озаглавлены:

W. Kohlman, Kubiktabellen berechnet nach Fussmaass über runde Hölzer. Ausgabe für Polen (съ польскимъ текстомъ). C. W. Offenbauer in Eilenburg; вторыя: W. Kohlman. Kubiktabellen berechnet nach Fussmaass über geschnittene und beschlagene Hölzer (изданіе съ польскимъ текстомъ).

Слѣдующія три изданія, составлены на метрическую мѣру и идутъ параллельно тремъ приведеннымъ (также съ польскимъ текстомъ).

Издатель полагаетъ, что эти таблицы отличаются точностью и практичностью.

14. Walenty Koleczko. Zasady Praktycznego urzadzania lasow, ich szacowania i zagospodarowania. Z dodaniem dwóch mapp, drzeworytów w tekście i tablic. Warszawa. Nakładem Gebetnera i Wolffa, 1882. Глава III. Oszacowanie masy drzewnej, стр. 18.

Объемъ бревна, признаваемого болѣе или менѣе цилиндрической формы опредѣляется умноженіемъ площади, соответствующей діаметру, взятому на срединѣ, на всю длину штуки. На частномъ примѣрѣ искомый діаметръ равняется полусуммѣ крайнихъ поперечниковъ $\frac{16 + 6}{2} = 11''$; одиннадцати дюймамъ соответствуетъ окружность $11 \times 3,14 = 34,5$. Площадь сѣченія опредѣляется по произведенію $34,5 \times 2,75$ ($\frac{1}{4}$ діаметра) = 94,8 кв. дюйм. $94,8 : 144 = 0,65$ кв. фут. (powierzchnia kola średnicy zgównanej); умножая 0,65 на 48 (длину ствола), получается 31,2 куб. фут.

Нѣтъ сомнѣнія, что этотъ способъ вычисленія по ложности принциповъ, какъ еще увидимъ далѣе, и по значительному количеству времени потребному для его выполненія, не практиченъ.

§ 8.

Разборъ способа опредѣленія объемовъ единичныхъ деревьевъ по средне-арифметическому діаметру.

Способъ опредѣленія объема единичныхъ деревьевъ по средне-арифметическому діаметру, разсмотрѣнный въ предыдущемъ § относится къ числу весьма давнишнихъ и, вмѣстѣ съ тѣмъ, неправильныхъ приѣмовъ дендрометріи. Въ польской лѣсной литературѣ онъ появился въ 1818 году и съ тѣхъ поръ постоянно предлагался писателями, занимавшимися древоизмѣреніемъ. Нѣкоторые польскіе авторы понимали его неправильность и предлагали даже формулы для поправокъ (Генке; авторъ статьи, помѣщенной въ Сильванѣ и др.), какъ то $\frac{(D - d)^2}{4 \cdot 3} \pi h$ или $\frac{\pi}{4} \left(\frac{D - d}{2}\right)^2 \frac{h}{3}$, но сами же призна-

вали ихъ какъ бы лишними для практики, а потому въ Царствѣ Польскомъ, въ казенномъ лѣсномъ управленіи и, вообще, среди лѣсохозяевъ, формула $V = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D + d}{2}\right)^2 h$ считается универсальною. Большинство польскихъ авторовъ (Выдржинскій, Полуянскій, Аулейтнэръ, Козловскій и др.) не находило разницы между средне-арифметическимъ діаметромъ $\frac{D + d}{2}$, діаметромъ измѣреннымъ на срединѣ (срединномъ діаметрѣ) и таковымъ, который вычисляется по извѣстному сѣгугу. Конечно, при такомъ неправильномъ взглядѣ на дѣло, вопросъ не могъ выясниться, а долженъ былъ еще болѣе затемниться. Обыкновенно, утверждали, что сказанный приѣмъ

годится только въ примѣненіи къ такимъ бревнамъ, у которыхъ крайніе діаметры отличаются между собою не болѣе какъ на два дюйма, а рядомъ съ этимъ вычисляли стволы произвольной длины по излюбленной формулѣ. Тѣ изъ авторовъ, которые хотѣли быть болѣе точны, писали, что вычисленіе по діаметру $\frac{D + d}{2}$, по справедливости, примѣнимо только къ болѣе короткимъ штукамъ; они не замѣчали, что въ послѣднемъ случаѣ можно обойтись однимъ діаметромъ, взятымъ на срединѣ, что тѣмъ болѣе справедливо, когда дѣло будетъ идти о вычисленіи бревна по отрубкамъ. Затѣмъ невольно на себя обращаетъ вниманіе та настойчивость, съ которою предлагался разсматриваемый здѣсь пріемъ. К о л е ч к о еще въ прошломъ году безъ всякихъ оговорокъ рекомендуетъ въ своей книгѣ *Praktyczne zasady urzadzenia lasow*, вычисленіе объема стволовъ по діаметру $\frac{D + d}{2}$.

Изъ вышесказаннаго легко усмотрѣть, что вопросъ о вычисленіи объема стволовъ по средне-арифметическому діаметру, въ такой значительной степени запутанный въ польской лѣсной литературѣ, можетъ быть разъясненъ только строго математическимъ путемъ. Предварительно, однако-же, ради точности, я покажу тѣ соображенія о значеніи упомянутаго діаметра, которыя высказаны польскими же авторами. Многое въ этомъ отношеніи уже извѣстно читателю изъ предъидущаго, такъ что мнѣ, главнымъ образомъ, приходится остановиться на критическомъ взглядѣ Генке. Сознвая, что вычисленіе объемовъ по средне-арифметическому діаметру даетъ ложные результаты, упомянутый авторъ предлагаетъ вышесприведенную поправку (1). На частномъ примѣрѣ, взявши стволъ, имѣющій длину 30' и крайніе діаметры: 24" и 6", Генке показываетъ, что объемъ вычисленный по діаметру $\frac{D + d}{2}$ равенъ 36 куб. ф. и что въ этомъ объемѣ не хватаетъ еще цилиндра, имѣющаго діаметръ $\frac{24 - 6}{2}$, а слѣдовательно, содержащаго 4,41 куб. фут. Имъ же произведены изслѣдованія надъ 11 сосновыми стволами длиною въ 48', при верхнемъ діаметрѣ въ 12", нижнемъ, отъ 20"—40", діаметрѣ на срединѣ отъ 16"—26" и при объемѣ отъ 67,02—176,97 куб. фут.; погрѣшность въ абсолютномъ количествѣ куб. футовъ равнялась отъ 1,39—17,10, а выраженная въ % истиннаго объема отъ — 2,1 до — 9,7. Отсюда изслѣдователь приходитъ къ заключенію, что разсматриваемый способъ неправиленъ, что степень точности зависитъ отъ длины штуки и разности крайнихъ діаметровъ и что, наконецъ, отношеніе между послѣдними и діаметромъ, взятымъ на срединѣ, должно быть опредѣлено на основаніи опыта. Онъ далѣе занимается сопоставленіемъ точности результатовъ вычисленія, получаемыхъ по діаметру $\frac{D + d}{2}$ и по діаметру, вычисленному на основаніи сбѣга ствола.

Бревно было вычислено дѣленіемъ его на 3 десяти-футовые отрубки и 3 по шести футовъ (2), при чемъ полученъ объемъ равный 74,152 куб. фут.; это же бревно вычисленное по средне-арифметическому діаметру, а именно

по $\frac{20 + 14}{2} = 17''$ дало объемъ въ 66, 202 куб. ф.; принимая же величину

сбѣга по $\frac{1}{4}''$ на каждую сажень, срединный діаметръ будетъ равенъ $14 + \frac{7}{4}$ (длина бревна = 7 саж.) = $15 \frac{3}{4}''$, а объемъ бревна только 56,825

куб. фут. Отсюда слѣдуетъ, что въ первомъ случаѣ объемъ получился на 10,6% меньше противъ истинной величины, а во второмъ на 23,4%. Если выводъ Генке справедливъ въ отношеніи средне-арифметическаго діаметра, то его сужденіе о діаметрѣ, взятомъ по сбѣгу, имѣетъ условное значеніе. Дѣло будетъ прямо зависѣть отъ того, принимать ли сбѣгъ равнымъ по $\frac{1}{4}''$ на каждую сажень или менѣе; эта величина должна быть установлена строгимъ изслѣдованіемъ, а не примѣняться безъ необходимой осторожности, какъ это дѣлалось польскими авторами. Впослѣдствіи Генке указалъ (3) на то, что величина этого сбѣга можетъ быть равна $\frac{1}{2}''$, 1'', 2'' и 3'' и что вычисленія по немъ могутъ довести до абсурда. Бревно, имѣющее, при 30 фут. длины, два крайнихъ діаметра въ 22'' и 12'', и величину сбѣга на каждую саж. въ 1'', а слѣдовательно, діаметръ на срединѣ въ $14 \frac{1}{2}''$, содержитъ въ себѣ 34,4 куб. фут.; укорачивая это бревно на 6', такъ что крайніе діаметры будутъ равны 22'' и 16'', а срединный діаметръ 18'', объемъ окажется равнымъ 42,4 куб. ф., слѣдовательно, большимъ первоначальной штуки. Генке, кажется, желаетъ въ приведенномъ обстоятель-

ствѣ найти преимущество способа вычисленія по $\frac{D + d}{2}$, но мы далѣе

увидимъ, что и тутъ получаются такіе же абсурды. Наконецъ, онъ сравниваетъ этотъ послѣдній способъ со способомъ вычисленія бревна какъ усѣченнаго конуса, изъ разности объема цѣлой фигуры и верхушки и приходитъ къ заключенію, что здѣсь получается большій результатъ чѣмъ

по діаметру $\frac{D + d}{2}$. Въ этомъ отношеніи съ авторомъ, однако, согласиться

нельзя, потому что для усѣченнаго конуса, съ теорической стороны, оба способа должны дать совершенно одинаковые результаты, между тѣмъ какъ для бревенъ, имѣющихъ иную форму, ошибка должна быть всегда отрицательная. Полученный авторомъ результатъ при вычисленіи объема бревна изъ разности всего конуса и верхушки, просто, можетъ быть объясненъ тѣмъ, что дерево, подлежащее изслѣдованію имѣло значительные корневые разбѣги. Конковскій, съ которымъ мы познакомимся далѣе, признавая свой способъ самымъ точнымъ, дѣлаетъ слѣдующія сопоставленія. Бревно, имѣющее въ нижнемъ сѣченіи 40'', а въ верхнемъ 4'', а общую длину 60', вычислено имъ по сбѣгу въ $\frac{1}{4}''$ на польскую 6-ти футов. сажень, при чемъ по діаметру $4 + \frac{1}{4} \cdot 10 = 6 \frac{1}{2}$ найденъ (по табл.) объемъ равный 13,8 куб. фут., принимая сбѣгъ равный $\frac{1}{2}''$, средній діаметръ будетъ равенъ $4 + \frac{1}{2} \cdot 10 = 9''$,

а объемъ 26 куб. ф.; по средне-арифметическому же диаметру $\frac{40+4}{2} = 22''$ получится 158 куб. фут. Онъ же знакомитъ съ тою несообразностью, которая, вообще, можетъ имѣть мѣсто при вычисленіи по диаметру $\frac{D+d}{2}$ и, взявъ его для нижней половины бревна, $\frac{40+32}{2}$ (32" — диаметр. измѣр. на сред.) = 36", находитъ объемъ равный 212 куб. фут.

Указавъ, такимъ образомъ, критическій взглядъ, встрѣчающійся въ польской лѣсной литературѣ относительно значенія средне-арифметическаго диаметра, я долженъ повторить, что привелъ его только для полноты и точности. Дѣло въ томъ, что быть можетъ, сами авторы не умѣли говорить достаточно убѣдительно, или лѣсная практика чуждалась указанныхъ ими простыхъ формулъ и поправокъ, но въ дѣйствительности дендрометрія остановилась въ своемъ развитіи и въ лѣсахъ Царства Польскаго до настоящаго времени еще почти повсемѣстно вычисленія производятся по средне-арифметическому диаметру.

Разсмотримъ теперь на сколько съ математической точки зрѣнія правильно примѣненіе диаметра $\frac{D+d}{2}$ для опредѣленія объема частей дерева. Въ этомъ случаѣ имѣется только одинъ путь, а именно, надо разсмотрѣть значеніе вопроса для такихъ извѣстныхъ случаевъ, которые дѣйствительно поддаются математическому изслѣдованію. Мы предположимъ, что, первоначально, имѣемъ дѣло съ укороченными стволами, похожими по своей формѣ послѣдовательно на цилиндръ, конусъ, пороболоидъ и неилоидъ. Когда уже будутъ разсмотрѣны такія типическія формы, то отсюда окажется возможность вывести заключеніе о томъ значеніи, которое имѣетъ средне-арифметическій диаметръ для всевозможныхъ промежуточныхъ случаевъ.

Въ обезвершиненномъ стволѣ, имѣющемъ цилиндрическую форму $D = D_1 = d$, въ такой же степени равны между собою соотвѣтствующія площади G , G_1 и g ; поэтому $\frac{D+d}{2} = \frac{D+D}{2} = \frac{2D}{2} = D_1$ и рѣшительно все равно, будемъ-ли мы вычислять объемъ этой штуки по формулѣ

$$\frac{\pi}{4} D^2 H \quad \text{или} \quad \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 H. \quad \text{Такъ какъ всѣ площади сѣченія равны}$$

между собою, то $\frac{G+g}{2} = \frac{G+G}{2} = \frac{2G}{2} = G_1$, а потому объемъ цилиндрическаго бревна V_c можетъ быть вычисленъ и по средне-арифметической площади, т. е. $V_c = G \cdot H = \frac{G+g}{2} H$. (См. еще: F. Riecke über die

Berechnung des Körperlichen Inhalts unbeschlagener Baumstämme. Stuttgart. 1849, стр. 39). Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что для цилиндрическихъ штукъ нѣтъ надобности брать диаметръ $\frac{D+d}{2}$, достаточно произ-

водитъ вычисленія по диаметру D_1 такъ что предложенія тѣхъ польскихъ

авторовъ, которые требовали измѣренія двухъ діаметровъ и для короткихъ отрубковъ, понятно, уподобляющихся цилиндрамъ, надо отнести къ непрактичнымъ.

Первоначально лѣсоводы математики сравнивали обезвершиянные стволы съ усѣченнымъ конусомъ и примѣняли для вычисленія формулы

$$V_{\bar{k}} = \frac{\pi}{12} (D^2 + Dd + d^2) h = (G + \sqrt{G \cdot g} + g) \frac{h}{3}$$

Но эти формулы не могли удовлетворить лѣсную практику. Не смотря на то, что стволъ только случайно можетъ походить на \bar{K} (усѣч. конусъ), а въ крайнемъ случаѣ, только въ срединѣ имѣетъ такую форму, вслѣдствіе чего, обыкновенно, получаютъ преуменьшенные результаты отъ примѣненія сказанныхъ формулъ, эти послѣднія не могли удержаться по причинѣ своей сложности; такъ какъ каждый разъ требуется измѣрить два діаметра, а вычисленія производить, собственно, по тремъ діаметрамъ, то такое обстоятельно представляетъ на практикѣ большое неудобство. Составленныя по этимъ принципамъ таблицы: Гегершмидта, Андре, Пфейла, Бехагеля фонъ-Адлерскрона, Грабнера, Гретшеля и другихъ были оставлены (4). Казалось, что дѣло значительно упростится если вычисленія будутъ выполняться по средне-арифметическому діаметру, равному $\frac{D+d}{2}$. Приверженцевъ этой упрощенной формулы ввело въ заблужденіе то обстоятельство, что въ усѣченномъ конусѣ, дѣйствительно, діаметръ на срединѣ (D_1) равенъ полусуммѣ крайнихъ діаметровъ $\frac{D+d}{2}$.

Зато въ \bar{K} площадь взятая на срединѣ не представляетъ собою полусумму крайнихъ сѣченій, тѣмъ болѣе что древесные стволы по виду своему занимаютъ, обыкновенно, средину между конусомъ и параболоидомъ. Допуская, что мы имѣемъ дѣло съ коническими стволами, истинный объемъ которыхъ

$$V_k = \frac{\pi}{12} (D^2 + Dd + d^2) h,$$

величина погрѣшности, отъ примѣненія къ такой формѣ средне-арифметическаго діаметра, слѣдовательно, формулы

$$\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h = V$$

получится изъ разности этихъ же двухъ формулъ слѣдующимъ образомъ:

$$\begin{aligned} V_{\bar{k}} - V &= \frac{\pi}{12} (D^2 + Dd + d^2) h - \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h \\ &= \frac{\pi}{12} \left(\frac{D^2 - 2Dd + d^2}{4} \right) h \\ &= \frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h; \text{ слѣдов. истинный объемъ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{\bar{k}} &= V + \frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h \\ &= \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h, \end{aligned}$$

а величина погрѣшности $= \frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h$ (5).

Этотъ же выводъ можетъ быть полученъ другимъ способомъ. Изъ стереометріи извѣстно, что если объемъ усѣченного конуса будетъ представленъ въ видѣ цилиндра, то получается слѣдующая формула:

$$\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{1}{12} \frac{\pi}{4} (D-d)^2 h$$

или $\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{1}{3} \frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h.$

Слѣдовательно, искомая погрѣшность между дѣйствительнымъ объемомъ \bar{K} и объемомъ вычисленнымъ по $\frac{D+d}{2}$ равняется:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{1}{3} \frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h - \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h \\ = \frac{1}{3} \frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h \\ = \frac{1}{12} \frac{\pi}{4} (D-d)^2 h. \end{aligned}$$

Такимъ образомъ, вычисляя объемъ \bar{K} по діаметру $\frac{D+d}{2}$, результатъ получается меньше дѣйствительнаго на $\frac{1}{12}$ объема такого цилиндра, діаметръ котораго равенъ разности поперечниковъ верхняго и нижняго сѣченія.

Найденную погрѣшность можно выразить въ процентахъ (р) истиннаго объема прибѣгая къ пропорціи:

$$\begin{aligned} p : 100 &= \frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h : \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h, \text{ откуда} \\ p &= \frac{\frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h \cdot 100}{\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h} = \frac{\frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h \cdot 100}{\frac{3}{12} \pi \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h} \\ &= \frac{\left(\frac{D-d}{2} \right)^2 \cdot 100}{3 \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 + \left(\frac{D-d}{2} \right)^2} = \frac{(D-d)^2 \cdot 100}{3(D+d)^2 + (D-d)^2} \\ &= \frac{1}{3 \left(\frac{D+d}{D-d} \right)^2 + 1} 100 \end{aligned}$$

Разсматривая знаменатель мы убѣдимся, что $\left(\frac{D+d}{D-d} \right)^2$ долженъ быть величиною положительною и не менѣе 1. Наибольшую величину эта погрѣшность достигаетъ тогда, когда $\frac{D+d}{D-d} = 1$, т. е. когда $d = 0$, а измѣряемое

тѣло будетъ имѣть видъ конуса. Въ этомъ случаѣ

$$p = \frac{1}{3 \left(\frac{D+d}{D} \right) + 1} 100 = \frac{1}{3 \cdot 1 + 1} 100 = \frac{100}{4} = 25\%.$$

Такимъ же образомъ, для полнаго конуса формула

$$\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h$$

превращается въ $\frac{\pi}{4} \left(\frac{D}{2} \right)^2 h,$

которая даетъ погрѣшность въ $\frac{1}{4}$ истиннаго объема (6).

Вмѣстѣ съ приближеніемъ изслѣдуемаго тѣла къ формѣ цилиндра, погрѣшность будетъ становиться меньше и для совершенно цилиндрическихъ бревенъ, какъ мы уже видѣли, она совершенно исчезнетъ.

Помимо того, что при вычисленіи бревна коническаго вида, по среднеарифметическому діаметру получается погрѣшность до 25%, эти расчеты иногда бывають на столько несообразны, что объемъ укороченнаго ствола, можетъ быть больше своей первоначальной величины. Возьмемъ стволъ, котораго объемъ V по сказанному діаметру

$$= \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h;$$

если его укоротить на величину h' , то, понятно, что верхній діаметръ увеличится, напр. на величину d' , а объемъ по той же формулѣ будетъ равняться по Кунце (7):

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d+d'}{2} \right)^2 (h-h') \\ &= \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{\pi}{4} \left(2 \frac{D+d}{2} \frac{d'}{2} + \left(\frac{d'}{2} \right)^2 \right) h \\ &\quad - \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h' - \frac{\pi}{4} \left(2 \left(\frac{D+d}{2} \right) \frac{d'}{2} + \left(\frac{d'}{2} \right)^2 \right) h'. \end{aligned}$$

Если теперь

$$\frac{\pi}{4} \left(2 \frac{D+d}{2} \frac{d'}{2} + \left(\frac{d'}{2} \right)^2 \right) h > \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h' + \frac{\pi}{4} \left(2 \frac{D+d}{2} \frac{d'}{2} + \left(\frac{d'}{2} \right)^2 \right) h',$$

то сокращеніе длины повлечетъ за собою увеличеніе объема. Последнее уравненіе переходитъ въ

$$\left(2 \left(\frac{D+d}{2} \right) \frac{d'}{2} + \left(\frac{d'}{2} \right)^2 \right) (h-h') > \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h',$$

или если къ $2 \left(\frac{D+d}{2} \right) \frac{d'}{2} + \left(\frac{d'}{2} \right)^2$

прибавить и отнять по $\left(\frac{D+d}{2} \right)^2$, а именно,

$$2 \left(\frac{D+d}{2} \right) \frac{d'}{2} + \left(\frac{d'}{2} \right)^2 + \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 - \left(\frac{D+d}{2} \right)^2,$$

то въ виду того, что $\left(\frac{D+d}{2}\right)^2 = \frac{D^2 + 2Dd + d^2}{4}$,

получимъ $\frac{D^2 + 2Dd + d^2 + 2(D+d)d' + d'^2}{4} - \left(\frac{D+d}{2}\right)^2$;

но $\frac{D^2 + 2Dd + d^2 + 2(D+d)d' + d'^2}{4}$ есть квадратъ
трехъ-члена $\left(\frac{D+d+d'}{2}\right)^2$,

а потому $\left(\left(\frac{D+d+d'}{2}\right)^2 - \left(\frac{D+d}{2}\right)^2\right)(h-h') > \left(\frac{D+d}{2}\right)^2 h'$

Если на лѣвой сторонѣ уравненія въ первыхъ скобкахъ разложить разность обоихъ квадратовъ, то

$$\left(\left(D+d+\frac{d'}{2}\right)\frac{d'}{2}\right)(h-h') > \left(\frac{D+d}{2}\right)^2 h', \text{ а отсюда}$$

$$\frac{h-h'}{h'} > \frac{\left(\frac{D+d}{2}\right)^2}{\left(D+d+\frac{d'}{2}\right)\frac{d'}{2}} > \frac{D+d}{\left(1+\frac{d'}{2(D+d)}\right)2d'}$$

а если пренебречь величиною $\frac{d'}{2(D+d)}$ по ея незначительности, то

$$\frac{h-h'}{h'} > \frac{D+d}{2d'}, \text{ а отсюда при}$$

$$d' > \frac{D+d}{2(h-h')} h', V_1 > V.$$

Зная величину d' , на которую увеличивается верхній діаметръ d вслѣдствіе укорачиванія бревна, мы имѣемъ всѣ данныя для опредѣленія объема укороченнаго ствола по средне-арифметическому діаметру

$$V_1 = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d+d'}{2}\right)^2 h,$$

который, будучи сравниваемъ съ объемомъ V первоначальной величины, покажетъ намъ, что объемъ части бревна больше цѣлаго.

Въ вышесказанной несообразности можно убѣдиться, помимо всякихъ теоретическихъ соображеній, на частномъ примѣрѣ. Положимъ, что мы имѣемъ стволъ длиною въ 80', у котораго нижній діаметръ равенъ 17", а верхній 1". Объемъ этаго ствола по средне-арифметическому діаметру

$$= \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2}\right)^2 h = 0,00545 \left(\frac{17+2}{2}\right) 80 = 35,31 \text{ куб. фут.}$$

Вычисляя нижнюю половину по тому же способу получимъ что

$$V = 0,00545 \left(\frac{17+9}{2}\right) 40 = 36,84 \text{ куб. фут.}$$

Слѣдовательно выходитъ такого рода несообразность, что объемъ нижней половины бревна равенъ всему его объему.

Изъ предъидущаго мы знаемъ, что влѣдствіе примѣненія неправильной формулы

$$V = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D + d}{2} \right)^2 h$$

къ вычисленію объема прямобокаго конуса, мы, по мѣрѣ того какъ длина послѣдняго будетъ уменьшаться, будемъ также получать все большія и большія величины, для постоянно уменьшающейся части разсматриваемаго тѣла. Такой неестественный результатъ вычисленія имѣетъ мѣсто только до извѣстнаго предѣла и этимъ самымъ устанавливается максимумъ для тѣла, получаемаго съ уменьшеніемъ первоначальной длины. Разсмотримъ сначала предѣлъ уменьшенія длины, до котораго непрерывно продолжаетъ увеличиваться объемъ ствола, имѣющаго видъ прямобокаго усѣченнаго конуса. Изслѣдованіе этого явленія можно найти у К у н ц е въ его *Holzmesekunst*; а такъ какъ это сочиненіе имѣется въ русскомъ переводѣ (Арнольда, Москва 1878 г.), и влѣдствіе этого является болѣе доступнымъ (стр. 100), то я познакомлю читателя со способомъ изслѣдованія другаго писателя, именно Р и к е, помѣщенномъ въ его книгѣ *Ueber die Berechnung des Körperlichen Inhalts unbeschlagener Baumstämme* (Stuttgart, 1849, стр. 27). Авторъ слѣдующимъ образомъ опредѣляетъ предѣлъ до котораго объемъ усѣченнаго конуса увеличивается, если, при постепенномъ укорачиваніи длины, объемъ каждый разъ вычисляется по средне-арифметическому диаметру:

$$H : h' = 1 : x. \quad (h' = \text{длинѣ верхушки})$$

$$H : H - h' = 1 : 1 - x. \quad (h = \text{длинѣ } \bar{K})$$

$$H : h = 1 : 1 - x$$

$$h = (1 - x) H; \quad \text{кромѣ того}$$

$$D : d = 1 : x. \quad , \quad \text{откуда}$$

$$d = x D.$$

$$\begin{aligned} V_{\bar{K}} &= \frac{\pi}{4} \left(\frac{D + x D}{2} \right)^2 (1 - x) H \\ &= \frac{1}{4} \frac{\pi}{4} H D^2 (1 - x) (1 + x)^2. \end{aligned}$$

Въ какомъ бы мѣстѣ ни была отсѣчена верхушка объемъ $V_{\bar{K}}$ только будетъ зависѣть отъ фактора $(1 - x) (1 + x)^2$; слѣдовательно и максимумъ для $V_{\bar{K}}$ наступитъ тогда, когда этотъ факторъ достигнетъ своей наибольшей величины. Такой случай наступаетъ при $x = \frac{1}{3}$, а именно:

$$(1 - x) (1 - x)^2 = (1 - \frac{1}{3}) (1 + \frac{1}{3})^2 = \frac{32}{27};$$

увеличивая или уменьшая x (напр. на p), результатъ получится меньшій.

Если $x = \frac{1}{3} + p$, то

$$(1 - x) (1 + x)^2 = (1 - \frac{1}{3} - p) (1 + \frac{1}{3} + p)^2 = \frac{32}{27} - (2 + p) p^2$$

При $x = \frac{1}{3} - p$

$$(1 - x) (1 + x)^2 = (1 - \frac{1}{3} + p) (1 + \frac{1}{3} - p)^2 = \frac{32}{27} - (2 - p) p^2.$$

Такъ какъ въ послѣднемъ случаѣ $p < \frac{1}{3}$, то $2-p$ всегда будетъ величиною положительною и

$\frac{32}{27} - (2+p)p^2$, или $\frac{32}{27} - (2-p)p^2$ меньше $\frac{32}{27}$, а слѣдовательно для $x = \frac{1}{3}$, выраженіе $(1-x)(1-x)^2$ достигаетъ своего maximum'a.

Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что при вычисленіи объема коническаго ствола по средне-арифметическому діаметру, результатъ до тѣхъ поръ будетъ увеличиваться, пока длина означенной верхушки не достигнетъ одной трети длины всего дерева. Каждой длинѣ ствола, лежащей выше этой предѣльной точки, соотвѣтствуетъ другая длина, ниже ея лежащая, при которыхъ получаются одинаковые объемы. Наконецъ, въ виду прямаго отношенія между верхними высотами и діаметрами, уже ни въ какомъ случаѣ объемъ бревна не слѣдуетъ вычислять по средне-арифметическому діаметру, если поперечникъ отрубъ меньше одной трети комлеваго поперечника, т. е. если $d < \frac{1}{3} D$.

Сводя въ одно результатъ изслѣдованій относительно значенія формулы

$$\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h$$

для бревенъ, имѣющихъ видъ усѣченнаго конуса, мы приходимъ къ заключенію, что

1) Она неправильна, потому что вычисленные по ней объемы менѣе истинныхъ на $\frac{1}{12}$ цилиндра, имѣющаго своимъ основаніемъ разность крайнихъ діаметровъ данной штуки, вслѣдствіе чего

2) Она же примѣнима только въ мѣстностяхъ гдѣ лѣсной матеріаль дешевле и хозяйство ведется экстензивное;

3) Степень точности, достигаемая этою формулою, находится въ прямой зависимости отъ длины дерева, почему

4) Она въ особенности не пригодна для насажденій, отличающихся рослостью деревьевъ.

5) Степень точности находится въ прямой зависимости отъ разности крайнихъ діаметровъ, а потому

6) Она не практична для короткихъ штукъ, какъ это предлагается въ польской литературѣ, потому что въ этомъ случаѣ проще будетъ употребить формулу Г у б е р а.

7) Разсматриваемая формула непригодна еще потому, что приводитъ къ несообразностямъ, вслѣдствіе которыхъ укороченное бревно имѣетъ большій объемъ нежели первоначальная его величина.

8) Въ виду преуменьшенныхъ результатовъ, даваемыхъ формулою, она не пригодна для казенныхъ лѣсовъ Царства Польскаго, въ которыхъ, по причинѣ поштучной оцѣнки въ куб. футахъ, какъ объ этомъ говоритъ К е н и гъ (*), выигрываетъ только лѣсопромышленникъ, а теряетъ хозяинъ лѣса.

9) Последнее обстоятельство тѣмъ болѣе справедливо, что сосна, господствующая порода Царства Польскаго, отличается хорошимъ ростомъ и представляетъ собою болѣе полную форму чѣмъ прямобокій конусъ.

10) Наконецъ, разсматриваемый пріемъ неудобенъ еще въ томъ отношеніи, что стволъ приходится измѣрять въ мѣстахъ, отличающихся наибольшею неправильностью, а именно у комля, т. е. въ началѣ корневыхъ разбѣговъ и около самой короны, гдѣ начинаютъ развѣтвляться первые, обыкновенно, толстые сучья.

Теперь я перейду къ разсмотрѣнію значенія формулы

$$\frac{\pi}{4} \left(\frac{D + d^2}{2} \right) h$$

въ примѣненіи къ стволамъ полнодревеснымъ, представителемъ которыхъ намъ можетъ служить параболоидъ. Въ этомъ тѣлѣ, если его взять въ усѣченномъ видѣ, имѣются уже совершенно иныя отношенія между размѣрами. Здѣсь полусумма крайнихъ діаметровъ уже не равна среднему діаметру, а только квадратъ послѣдняго равенъ полусуммѣ квадратовъ первыхъ, т. е.

$$D_1^2 = \frac{D^2 + d^2}{2} \quad (9).$$

Что касается площадей поперечнаго сѣченія, то между ними дѣйствительно существуетъ такое же отношеніе, какъ между діаметрами усѣченнаго конуса, а именно: полусумма крайнихъ сѣченій равняется площади, взятой на серединѣ. Въ усѣченномъ параболоидѣ площади поперечныхъ сѣченій, начиная сверху, увеличиваются какъ рядъ натуральныхъ чиселъ, напр. $1n, 2n, 3n$ и т. д., такъ что напр. площадь между 1 и 3-мъ сѣченіемъ

$$y = \frac{1n + 3n}{2} = 2n,$$

вслѣдствіе чего рѣшительно все равно, брать или сѣченіе y , или полусумму крайнихъ сѣченій $\frac{G + g}{2}$ (10).

Объемъ усѣченнаго параболоида

$$V_{\bar{p}} = \frac{\pi}{4} (D^2 + d^2) \frac{h}{2},$$

что равнозначуще съ формулою

$$G + g \frac{h}{2} = \left(\frac{G + g}{2} \right) h \text{ или } y h.$$

Воспользовавшись этими формулами и желая представить \bar{p} въ видѣ цилиндра, стереометрія даетъ намъ для его объема слѣдующее значеніе:

$$V_{\bar{p}} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D + d}{2} \right)^2 h + \frac{\pi}{4} \left(\frac{D - d}{2} \right)^2 h.$$

Выражаясь словами: объемъ усѣченнаго параболоида равняется двумъ цилиндрамъ одинаковой съ нимъ высоты, изъ которыхъ діаметръ перваго равенъ полусуммѣ крайнихъ поперечниковъ параболоида, а діаметръ втораго — полуразности.

Желая опредѣлить величину погрѣшности, которая получится вслѣдствіе примѣненія къ параболическимъ бревнамъ средне-арифметическаго діаметра, необходимо найти разность между формулой, представляющей истинный объемъ усѣченнаго параболоида и формулой

$$\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h.$$

Эта погрѣшность равна

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h - \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h \\ & = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h = \frac{1}{4} \frac{\pi}{4} (D-d)^2 h, \text{ т. е.} \end{aligned}$$

одной четверти цилиндра, имѣющаго съ усѣченнымъ параболоидомъ одинаковую высоту, а діаметромъ, полуразность крайнихъ поперечниковъ ⁽¹¹⁾.

Сказанная погрѣшность можетъ быть выражена въ % истиннаго объема на основаніи слѣдующей пропорціи:

$$p : 100 = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h : \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h, \text{ откуда}$$

$$\begin{aligned} p &= \frac{\frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h \cdot 100}{\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h} \\ &= \frac{(D-d)^2}{(D+d)^2 + (D-d)^2} 100 = \frac{1}{\frac{D+d}{D-d} + 1} \cdot 100 \end{aligned}$$

Махімумъ этой погрѣшности наступаетъ при $\frac{D+d}{D-d} = 1$, т. е. когда $d = 0$ и усѣченный параболоидъ превращается въ полный; тогда

$$p = \frac{1}{1+1} 100 = \frac{100}{2} = 50\%.$$

Ошибки же вовсе не будетъ, когда $D = d$, а бревно, имѣющее видъ усѣченнаго параболоида, превратится въ цилиндръ ⁽¹²⁾. Что касается несообразности, по которой съ укорачиваніемъ бревна, объемъ остающейся части, хотя до извѣстнаго предѣла, но все таки, постоянно увеличивается, то она остается въ полной силѣ и для параболическихъ бревенъ (К у н ц е, учебникъ древоизмѣренія, переводъ А р н о л д а, стр. 102).

Въ усѣченномъ параболоидѣ объемъ продолжаетъ увеличиваться до тѣхъ поръ, пока длина отсекаемой вершины не достигнетъ одной четверти общей длины измѣряемаго дерева. Р и к е (Ueber die Berechnung u. s. w. стр. 32) доказываетъ это слѣдующимъ образомъ: если длину верхушки обозначить черезъ x Н, а всего ствола черезъ Н, то длина бревна $= Н (1 - x)$, а

$x : 1 = d^2 : D^2$, откуда

$$d^2 = x D^2 \text{ или}$$

$$d = D \sqrt{x}.$$

Объемъ параболическаго бревна по средне-арифметическому диаметру равенъ

$$V_p = \frac{1}{4} \frac{\pi}{4} (1 - x) H (D^2 + D \sqrt{x})^2 = \frac{1}{4} \frac{\pi}{4} H D^2 (1 - x) (1 + \sqrt{x})^2;$$

предполагая что $\sqrt{x} = y$, $x = y^2$; слѣдов.

$$V_p = \frac{1}{4} \frac{\pi}{4} H D^2 (1 - y^2) (1 + y)^2.$$

Махімум для этой формулы наступаетъ тогда, когда $y = \frac{1}{2}$, потому что въ такомъ случаѣ

$$(1 - y^2) (1 + y)^2 = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{27}{16};$$

Если $y = \frac{1}{2} + p$, то получается

$$\frac{27}{16} - (4,5 + 4p + p^2) p^2,$$

величина меньшая предыдущей, что и тогда повторяется когда

$$y = \frac{1}{2} - p \text{ и } (1 - y^2) (1 + y)^2 = \frac{27}{16} - (4,5 - 4p + p^2) p^2$$

потому что $p < \frac{1}{2}$, $4p < 2$, вслѣдствіе чего $4,5 - 4p + p^2$ является величиною положительною.

Такимъ образомъ при $y = \frac{1}{2}$,

$$y^2 = \frac{1}{4} \text{ или}$$

$$x = \frac{1}{4}$$

разсматриваемая формула даетъ наибольшую величину для объема изслѣдуемаго параболическаго бревна. Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что въ тѣхъ случаяхъ, когда мы имѣемъ дѣло съ бревнами, приближающимися по виду къ параболоиду, ихъ не слѣдуетъ вычислять по формулѣ $\frac{\pi}{4} \left(\frac{D + d}{2}\right)^2 h$,

если отсѣченная верхушка не составляетъ одной четверти всего ствола. Такъ какъ, затѣмъ, въ томъ мѣстѣ, гдѣ начинается верхушка, имѣющая одну четверть длины цѣлаго ствола, диаметръ равенъ $\frac{1}{2}$ нижняго комлеваго поперечника, то другими словами параболическое бревно нельзя вычислять по формулѣ для средне-арифметическаго диаметра, если поперечникъ верхняго отруба будетъ менѣе половины нижняго диаметра.

Такимъ образомъ, формула для вычисленія объема по средне-арифметическому диаметру въ примѣненіи къ бревнамъ, имѣющимъ видъ полныхъ параболоидовъ, тоже даетъ невѣрные результаты. То, что относительно этого предмета было говорено объ усѣченномъ конусѣ, остается и тутъ въ полной силѣ, съ тою только разницею, что абсолютная величина погрѣшности равная

$$\frac{1}{4} \frac{\pi}{4} (D - d)^2 h,$$

въ три раза превосходить ту, которая получается для усѣченного конуса и, вообще, доходить не до 25, а до 50% истиннаго объема усѣченного параболоида.

Нейлоидальная форма рѣдко встрѣчается среди господствующей въ Царствѣ Польскомъ древесной породы. Тѣмъ не менѣе, для полноты необходимо разсмотрѣть какіе результаты, въ примѣненіи къ вычисленію ея объема, даетъ формула, составленная по средне-арифметическому діаметру крайнихъ сѣченій.

Объемъ нейлоида V_n , выраженный въ видѣ цилиндра

$$= \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{\pi}{4} \left(\frac{\sqrt[3]{D^2d} - \sqrt[3]{Dd^2}}{2} \right)^2 h.$$

Если изъ этой формулы вычесть

$$\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h,$$

то разность представить собою погрѣшность, получаемую отъ примѣненія къ нейлоидальному стволу неправильнаго способа вычисленія. Искомая разность

$$\begin{aligned} &= \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{\pi}{4} \left(\frac{\sqrt[3]{D^2d} - \sqrt[3]{Dd^2}}{2} \right)^2 h - \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h \\ &= \frac{\pi}{4} \left(\frac{\sqrt[3]{D^2d} - \sqrt[3]{Dd^2}}{2} \right)^2 h \\ &= \frac{1}{4} \frac{\pi}{4} \left(\sqrt[3]{D^2d} - \sqrt[3]{Dd^2} \right)^2 h \quad (13). \end{aligned}$$

Изъ этого слѣдуетъ, что даже стволъ со впалыми боками нельзя вычислять по средне-арифметическому діаметру двухъ крайнихъ сѣченій, такъ какъ и здѣсь получается значительная ошибка. Последняя можетъ быть выражена въ процентахъ p и тогда ея величина будетъ

$$p = \frac{2}{\left(\frac{\sqrt[3]{D^2d} - \sqrt[3]{Dd^2}}{\frac{D+d}{2}} \right)^2 + 1} 100 \quad (14).$$

Бревна со впалыми боками рѣзко отличаются отъ двухъ предыдущихъ формъ тѣмъ, что съ уменьшеніемъ длины штуки уже не получаютъ такія части, которыя бы заключали больше объема, чѣмъ первоначальная величина (К у н ц е, русскій переводъ, стр. 103, или Р и к е, Ueber die Berechnung, стр. 35). Вслѣдствіе вышесказаннаго и въ виду того, что нейлоидальная форма рѣдко встрѣчается способъ вычисленія по діаметру $\frac{D+d}{2}$ не можетъ быть оправданъ даже съ этой стороны.

Изъ приведенныхъ изслѣдованій вытекаетъ, что настойчиво предлагаемая польскою литературою формула для вычисленія древесныхъ ство-

ловъ по средне-арифметическому діаметру двухъ крайнихъ сѣченій лишена математическаго основанія и даетъ весьма значительную погрѣшность.

Надо сказать, что она, въ видѣ исключенія, находитъ себѣ поклонниковъ и въ нѣмецкой лѣсной литературѣ, но за то въ послѣдней мы, по крайней мѣрѣ, встрѣчаемъ попытки уменьшить степень погрѣшности сказаннаго приема, чего не замѣчается у польскихъ лѣсоводовъ. Къ противникамъ сказаннаго приема относятся: Кестнеръ, Кенигъ (15), Г. Гартигъ (16), Пабстъ (17); къ поклонникамъ же, главнымъ образомъ, Нердлингеръ, Грабнеръ (18), Кютнеръ (19) и друг.

Въ усовершенствованіи этого способа принимали участіе: Егершмидъ, предложившій правильную формулу для усѣченнаго конуса, составленную по крайнимъ діаметрамъ, а именно:

$$V_k = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{1}{3} \frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h,$$

Мюллеръ, измѣнившій нѣсколько послѣднее предложеніе слѣдующимъ образомъ:

$$V_k = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + 0,065449 (D-d)^2 h,$$

Рудорфъ, который, совершенно справедливо, полагая, что видъ древесныхъ стволовъ представляетъ формы среднія между конусомъ и параболоидомъ, предложилъ формулу для конусо-параболоида

$$V_{k-p} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{2}{3} \frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h,$$

Котта, вычислявшій на основаніи опытныхъ изслѣдованій коэффициентъ, на который приходится умножить формулу

$$\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h,$$

чтобы получить вѣрные результаты (20); наконецъ сюда надо отнести авторовъ тѣхъ таблицъ, которые требовали, на основаніи вышеизложеннаго, чтобы вершина ствола непременно отрубалась на томъ мѣстѣ, гдѣ діаметръ равенъ $\frac{1}{3}$ нижняго поперечника (Кунце, учебникъ древоизмѣр., переводъ Арнольда, стр. 41 и 102). Однако все эти усовершенствованія не могли улучшить разсматриваемый нами рутинный приемъ, потому что универсальное значеніе можетъ имѣть только та формула, которая справедлива для всѣхъ, встрѣчающихся на практикѣ случаевъ. Слѣдовательно, опредѣленіе объема деревьевъ по средне-арифметическому діаметру двухъ крайнихъ сѣченій, не можетъ быть признано правильнымъ.

1. Henke. Urządzenie, szacowanie и т. д. Warszawa, 1846, стр. 191.
2. Henke. Zbiór wyrachowań leśnych. Warszawa, 1842, стр. 3.
3. Henke. Urządzenie, szacowanie и т. д., стр. 205.
4. K. F. V. Jägerschmid. Tabellen, zur Bestimmung des Kubischen Inhalts der Baumstämme so wie der Walzenförmig und konisch abgekürzten Körper. Zum Gebrauch für das grossh. badische Forstpersonal u. s. w. Vierte Auflage. Ra-

stadt, 1862. Таблицы, составлены по среднему диаметру, равному полуусуммѣ двухъ крайнихъ. Объемы выражены въ футахъ (баденскихъ).

Emil André. Kubik-Tabellen für alle runden Hölzer, in denen man richtig und schnell ihren wahren Holzgehalt, in Kubik-Schuhen findet. Wien, 1844 (Wallishäuser). Таблицы такъ составлены, что въ нихъ по крайнимъ диаметрамъ легко могутъ быть найдены объемы стволовъ, будутъ ли они походить на цилиндръ, усѣченный конусъ или полный конусъ.

I. T. Pfeil. Tabellen zur Berechnung des Kubikinhalts runder und vierkantig-geschnittener Hölzer, nebst einer Holzgewichts - Tabelle und Preis - Berechnungs - Tabellen in norddeutscher und Gulden - Währung, so wie in neuer oestr. Valuta. Dritte Auflage, von neuem berechnet und durchgehends berichtigt von Karl Braemer. Leipzig, 1859. C. F. Winter'sche Verlagshandlung.

Пфейль настаиваетъ (стр. 6) на то, что по диаметру $\frac{D+d}{2}$ получаются меньшіе результаты, чѣмъ по формулѣ $\frac{1}{12} \pi (D^2 + Dd + d^2) h$, которая легла въ основаніе таблицъ, но такъ какъ послѣдняя изъ формулъ справедлива только для \bar{K} , то его заключеніе о первой, имѣетъ только сравнительное, для даннаго случая значеніе.

Бехагель фонъ-Адлерскронъ. Таблицы для опредѣленія кубическаго содержанія деревьевъ въ кругломъ видѣ. Стъ-Петербургъ 1852.

L. Grabner. Tafeln zur Bestimmung des Kubischen Inhaltes u. s. w. Wien, 1855 (Braumüller, 3-te Aufl.).

Таблицы Гретшеля относятся къ новѣйшимъ. Karol Gretscheł. Tablice do obliczania miąższości drzewa według miar metrycznych и т. д. 1876. Kraków. См. Tablica do obliczania miąższości drzewa okrągłego, według średnicy dolnej i górnej.

Въ предисловіи говорится, что таблица составлена по формулѣ для усѣченнаго конуса и что стволы длиною свыше 10 метровъ должны быть раздѣляемы на 2 или 3 отрубка. Для нижняго діаметра данныя имѣются до 50 см., для верхняго до 20, а для длины до 10 метр.; объемъ вычисленъ въ куб. метр.

5. Максъ Кунце. Учебникъ древоизмѣренія. Переводъ со втораго изданія подъ редакціей О. К. Арнольда. Москва, 1878, стр. 63.

Ходъ дѣйствія можетъ быть представленъ слѣдующимъ образомъ:

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{12} (D^2 + Dd + d^2) h - \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h \\ = & \frac{\pi D^2 h + \pi D d h + \pi d^2 h}{12} - \frac{\pi D^2 h + 2 \pi D d h + \pi d^2 h}{4} \\ = & \frac{4 \pi D^2 h + 4 \pi D d h + 4 \pi d^2 h - 3 \pi D^2 h - 3 \cdot 2 \pi D d h - 3 \pi d^2 h}{48} \\ = & \frac{\pi D^2 h - 2 \pi D d h + \pi d^2 h}{48} = \frac{\pi h (D^2 - 2 D d + d^2)}{48} = \frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h. \end{aligned}$$

См. еще: Бауръ. Лѣсная таксація. С. П. Б. 1876, стр. 42.

Н. Зобовъ. Лѣсная таксація и лѣсоустройство. Часть I, Лѣсная таксація. С. П. Б., 1873, стр. 30.

Dr. G. König. Die Forst-Mathematik in den Grenzen Wirthschaftlicher Anwendung nebst Hülftafeln für die Forstschatzung и т. д. Vierte Auflage von Dr C. Grebe. Gotha, 1854, стр. 366 и дальнѣйшія.

6. Этотъ выводъ въ нѣсколько сокращенномъ видѣ помѣщенъ въ Древоизмѣреніи Кунце. Москва, 1873, стр. 64.

Этот же результат может быть полученъ иначе.

Начнемъ съ формулы $p = \frac{(D-d)^2 \cdot 100}{3(D+d)^2 + (D-d)^2}$,
 взятую изъ прежняго хода дѣйствія на стр. 45. Она равна

$$\frac{(D^2 - 2Dd + d^2) 100}{3(D^2 + 2Dd + d^2) + (D^2 - 2Dd + d^2)}$$

$$= \frac{(D^2 - 2Dd + d^2) 100}{3D^2 + 6Dd + 3d^2 + D^2 - 2Dd + d^2}$$

$$= \frac{(D^2 - 2Dd + d^2) 100}{4D^2 + 4Dd + 4d^2} = \frac{(D^2 - 2Dd + d^2) 100}{4(D^2 + Dd + d^2)} = 25 \frac{D^2 - 2Dd + d^2}{D^2 + Dd + d^2};$$

предполагая что $\frac{d}{D} = m$, $d = mD$; вставляя, $p = 25 \frac{D^2 - 2mD^2 + m^2D^2}{D^2 + mD^2 + m^2D^2}$

$$= 25 \frac{D^2(1 - 2m + m^2)}{D^2(1 + m + m^2)} = 25 \frac{1 - 2m + m^2}{1 + m + m^2}$$

Это есть величина погрѣшности, которая достигаетъ наибольшую величину при $\frac{d}{D} = 0$, т. е. когда \bar{K} перейдетъ въ K , т. е. полный конусъ.

Тогда $\frac{d}{D} = 0 = m$, а слѣдовательно $p = 25 \frac{1 - 2 \cdot 0 + 0^2}{1 + 0 + 0^2} = 25\%$.

Когда же $D = d$, т. е. $\frac{d}{D} = 1 = m$ и если въ выведенную формулу подставимъ вмѣсто m его значеніе, то получается, что

$$p = 25 \frac{1 - 2 \cdot 1 + 1^2}{1 + 1 + 1^2} = 0,$$

а это имѣетъ мѣсто только въ цилиндрѣ.

См. еще: Riecke. Ueber die Berechnung u. s. w. стр. 24.

7. Максъ Кунце. Учебникъ древоизмѣренія. Москва, 1878, стр. 68.
8. Die Forst-Mathematik in den Grenzen wirthschaftlicher Anwendung nebst Hülfs-tafeln für die Forstschätzung und den täglichen Forstdienst, von G. König Vierte Ausgabe von Dr C. Grebe. Gotha, 1854, стр. 380.

Козловскій, впрочемъ, находитъ, что въ штукахъ, въ которыхъ верхній діаметръ не менѣе половины нижняго, погрѣшность отъ примѣненія формулы $\frac{D+d}{2}$ не превышаетъ 3,7%. W. Kozłowski. Słownik leśny Стр. 247.

9. О. К. Арнольдъ. Лѣсная таксація С. П. Б. 1868, стр. 42.
 О. К. Арнольдъ. Справочная книга. С. П. Б. 1862, стр. 278.

$D^2 : d^2 = h + h' : h'$. Это есть свойство \bar{P} , т. е. усѣченного параболоида; отсюда $D^2 + d^2 : D^2 = h + h' + h' : h + h'$; обозначая черезъ D_1 діаметръ на срединѣ усѣченного параболоида, получимъ:

$$D_1^2 : D^2 = \frac{h}{2} + h' : h + h', \text{ слѣдов.}$$

$$D^2 + d^2 : D_1^2 = h + 2h' : \frac{h}{2} + h', \text{ откуда}$$

$$D_1^2 = (D^2 + d^2) \frac{\frac{h}{2} + h'}{h + 2h'}, \text{ или}$$

$$D_1^2 = (D^2 + d^2)^{1/2} = \frac{D^2 + d^2}{2}$$

10. Ф. Бауръ. Лѣсная таксація. С. П. Б. 1878, стр. 49.
11. Максъ Кунце. Учебникъ древоизмѣренія. Москва, 1878. Стр. 65.

Кунце, выводитъ степень погрѣшности въ нѣсколько упрощенномъ видѣ слѣдующимъ образомъ:

$$V_p = \frac{\pi}{4} (D^2 + d^2) \frac{h}{2} = \frac{\pi}{8} (D^2 + d^2) \frac{h}{2},$$

а объемъ по средне-арифметическому діаметру

$$V = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D + d}{2} \right)^2 h.$$

Слѣдовательно величина погрѣшности

$$\begin{aligned} V_p - V &= \frac{\pi}{8} (D^2 + d^2) h - \frac{\pi}{4} \left(\frac{D + d}{2} \right)^2 h \\ &= \frac{\pi D^2 h + \pi d^2 h}{8} - \frac{\pi D^2 h + 2\pi D d h + \pi d^2 h}{16} \\ &= \frac{2\pi D^2 h + 2\pi d^2 h - \pi D^2 h - 2\pi D d h - \pi d^2 h}{16} \\ &= \frac{\pi D^2 h + \pi d^2 h - 2\pi D d h}{16} = \frac{\pi h (D^2 - 2Dd + d^2)}{16} \\ &= \frac{\pi}{4} \left(\frac{D - d}{2} \right)^2 h. \end{aligned}$$

Такъ какъ $V_p = V + \frac{\pi}{4} \left(\frac{D - d}{2} \right)^2 h$, то вычисливъ объемъ параболическаго бревна, по ложной формулѣ $\frac{\pi}{4} \left(\frac{D + d}{2} \right)^2 h$, необходимо еще прибавить величину найденной погрѣшности и только тогда результатъ будетъ правильный.

12. Процентъ погрѣшности можетъ быть выведенъ нѣсколько иначе. Начнемъ съ имѣющейся въ приведенномъ выводѣ формулы

$$\frac{(D - d)^2}{(D + d)^2 + (D - d)^2} 100$$

и будемъ ее преобразовывать, то послѣдовательно получимъ:

$$\begin{aligned} \frac{D^2 - 2Dd + d^2}{(D^2 + 2Dd + d^2) + (D^2 - 2Dd + d^2)} 100 &= \frac{D^2 - 2Dd + d^2}{2D^2 + 2d^2} 100 \\ &= \frac{D^2 - 2Dd + d^2}{2(D^2 + d^2)} 100 = 50 \frac{D^2 - 2Dd + d^2}{D^2 + d^2}; \end{aligned}$$

предполагая что $\frac{d}{D} = m$, то $d = mD$; подставляя получимъ:

$$= 50 \frac{D^2 - 2mD^2 + m^2D^2}{D^2 + m^2D^2} = 50 \frac{D^2(1 - 2m + m^2)}{D^2(1 + m^2)} = 50 \frac{(1 - m)^2}{1 + m^2}$$

Предположимъ что $\frac{d}{D} = m = 0$, то и $d = 0$,

а погрѣшность $= 50 \frac{(1 - 0)^2}{1 + 0^2} = 50\%$; это будетъ ея максимум, который имѣетъ тогда мѣсто, когда усѣченный параболоидъ превращается въ полное тѣло.

Если же $\frac{d}{D} = m = 1$, то $D = d$, а погрѣшность $= 50 \frac{(1 - 1)^2}{1 + 1^2} = 0\%$.

Отношеніе $\frac{d}{D} = 1$ существуетъ только въ цилиндрѣ, а потому, ошибки отъ вычисленія бревенъ по діаметру $\frac{D + d}{2}$ не будетъ только въ штукахъ совершенно цилиндрическихъ.

См. еще Riecke. Ueber die Berechnung des Inhalts и т. д. стр. 30.

13. Кунце въ своемъ Древоизмѣреніи, на 66 стр., вычисляетъ эту погрѣшность иначе.

Формула для усѣченнаго нейлоида можетъ быть представлена въ такомъ видѣ:

$$V_n = \frac{\pi}{16} (D^2 + \sqrt[3]{D^4 d^2} + \sqrt[3]{D^2 d^4} + d^2) h$$

а рутинная формула V , составленная по средне-арифметическому діаметру остается та же $\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2}\right)^2 h$; разность ихъ даетъ величину погрѣшности.

$$\begin{aligned} V_n - V &= \frac{\pi}{16} (D^2 + \sqrt[3]{D^4 d^2} + \sqrt[3]{D^2 d^4} + d^2) h - \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2}\right)^2 h \\ &= \frac{\pi}{16} (D^2 + \sqrt[3]{D^4 d^2} + \sqrt[3]{D^2 d^4} + d^2 - D^2 - 2Dd - d^2) h \\ &= \frac{\pi}{16} (\sqrt[3]{D^4 d^2} + \sqrt[3]{D^2 d^4} - 2Dd) h \\ &= \frac{\pi}{16} (\sqrt[3]{D^4 d^2} + \sqrt[3]{D^2 d^4} - 2\sqrt[3]{D^3 d^3}) h \\ &= \frac{\pi}{16} (\sqrt[3]{D^2 d} - \sqrt[3]{D d^2})^2 h. \end{aligned}$$

14. Тамъ же, стр. 67.
15. Die Forst-Mathematik in den Grenzen wirthschaftlicher Anwendung и т. д. von Dr G. König. 4-te Ausgabe von Dr C. Grebe. Gotha, 1845, стр. 365. Inhaltsberechnung des abgestumpften Kegels.
16. G. L. Hartig und Dr Theodor Hartig. Kubik-Tabellen für geschnittene, beschlagene und runde Hölzer nebst Geld, und Potenz-Tabellen. Berlin, 1871. На стр. LXV говорится, что діаметръ на срединѣ получается дѣленіемъ пополамъ суммы крайнихъ сѣченій, хотя лучше брать срединный діаметръ непосредственнымъ измѣреніемъ.
17. G. Pabst. Revierförster. Vierstellige Kubik-Tafeln zur Inhaltbestimmung runder Hölzer nach dem mittlern durchmesser nebst Tafeln zur kubischen Bestimmung behauener und geschnittener Hölzer im metrischen Maassystem u. s. w. 2 Aufl. Gera, 1870. Griesbach. Авторъ находитъ возможнымъ примѣнять средне-арифметическій діаметръ, только тогда, когда стволъ близко подходитъ къ формѣ цилиндра; въ противномъ случаѣ онъ совѣтуетъ опредѣлять срединный діаметръ непосредственнымъ измѣреніемъ.
18. Leop. Grabner. Tafeln zur Bestimmung des Kubischen Inhalts walzen-und kegelförmiger Nutz-Baumholzstücke, denn der Klafterhölzer und ganzer Holzbestände, so wie zur Preisberechnung des Holzes nach dem Kubikfusse. Wien (1840 Heubner), 1861, Braumüller (4-te Aufl.). Таблицы составлены такимъ образомъ, что въ горизонтальномъ ряду отыскивается значеніе для верхняго діаметра, а въ вертикальномъ для нижняго. На перекресткѣ этихъ двухъ рядовъ находится объемъ ствола, выраженный въ куб. фут.
19. W. Küttner. Tafeln zur Inhaltsbestimmung runder und vierkantiger bearbeiteter Hölzer, nebst den vorzüglich in Anwendung gekommenen Formzahlen. Putschappel. Verlag von A. Fr. Lütze, in Commission bei H. Kessler in Leipzig. Кютнеръ передѣлалъ таблицы Котты (1823), дающія объемы деревьевъ по длинѣ и суммѣ крайнихъ діаметровъ, на метрическую мѣру.
20. Iegerшмидъ, вообще, признаетъ, что объемъ бревна достаточно точно опредѣляется по средне-арифметическому діаметру, но для болѣе точныхъ вычисленій онъ предлагаетъ въ своихъ таблицахъ (см. примѣчаніе 4 этого

же §) принимать бревно какъ усѣченный конусъ и опредѣлять средній діаметръ, (стр. VI) по формулѣ

$$D' = \sqrt{\frac{D^2 + d^2 + dD}{3}}$$

Rudorf. Tafeln zur Bestimmung der runden Hölzer. Dresden, 1825.

H. Kotta. Tafeln zur Bestimmung des Inhalts der runden Hölzer, der Klaftherhölzer und des Reisigs, so wie zur Berechnung der Nutz- und Bauholzpreise. Auf Allerhöchsten Befehl entworfen. Zweite durchaus umgearbeitete Auflage. Dresden, 1823. Heinrich Cotta's Tafeln zur Bestimmung des Inhalts der runden, geschnittenen und behauenen Hölzer u. s. w. Leipzig, 1878, стр. IV и § 1.

§ 9.

Ф о р м у л а К о н к о в с к а г о .

Въ 92 и 93 № № газеты Korrespondent Rolniczy. Handlowy i Przemysłowy за 1857 годъ, появилась статья: „о необходимости введенія въ практику новыхъ способовъ для облегченія лѣсохозяйственныхъ вычисленій и т. д.“⁽¹⁾, подписанная Людовикомъ К о н к о в с к и м ъ. Въ этой статьѣ авторъ, основываясь на доказательствахъ К е н и г а, признаетъ неправильнымъ способъ вычисленія объема стволовъ по средне-арифметическому діаметру и предлагаетъ новую формулу, о которой рѣчь будетъ впереди. Онъ замѣчаетъ, что его статья съ нѣкоторыми дополненіями издана въ видѣ отдѣльной брошюры. Такая брошюра съ тѣмъ же заглавіемъ, которое по польски гласитъ: O potrzebie wprowadzenia w praktykę nowych, rachunek ułatwiających zasad leśnych и т. д. дѣйствительно существуетъ⁽²⁾. Въ концѣ ея находится объявленіе о долженствующей выйти книгѣ: Wykład porównanej rachunkowości leśnej; въ первой части этой книги должны были быть изложены основанія, которыми слѣдуетъ руководствоваться при вычисленіи объема древесныхъ стволовъ⁽³⁾. Сказанная книга, однако, въ печати не появилась.

Въ упомянутой брошюрѣ К о н к о в с к і й также доказываетъ неправильность способа опредѣленія объемовъ по средне-арифметическому діаметру и находитъ, что древоизмѣреніе въ Германіи стоитъ на весьма низкой ступени развитія. Въ доказательство справедливости своего мнѣнія онъ приводитъ таблицы I. Ф. П ф е й л я (Tabellen zur Berechnung des Kubik-Inhalts runder und vier-kantig geschnittener Hölzer. Leipzig, 1853), который древесные стволы сравниваетъ съ прямобокимъ конусомъ.

На основаніи изслѣдованій, произведенныхъ какъ на деревьяхъ и кустарникахъ, такъ и на травянистыхъ растеніяхъ (Malwa), имѣющихъ болѣе или менѣе прямой стебель, авторъ пришелъ къ заключенію, что древесные стволы имѣютъ параболическую форму. Затѣмъ, основываясь на томъ предположеніи, что средняя толщина древеснаго профиля почти составляетъ средній діаметръ всего ствола, и что площадь ограниченная параболою и

лежащая между двумя координатами, составляет $\frac{2}{3}$ площади прямоугольника, находящагося между этими же координатами, онъ даетъ формулу для опредѣленія срединнаго діаметра (4)

$$D_1 = \frac{2D + d}{3},$$

въ которой D представляетъ собою нижній діаметръ, взятый въ томъ мѣстѣ, гдѣ оканчиваются корневья разбѣги, а d поперечникъ верхняго отрубѣ.

Соотвѣтственно этому для окружностей формула имѣетъ видъ:

$$U_1 = \frac{2U + u}{3}.$$

Къ этому надо прибавить, что приведенныя формулы назначаются для вычисленія стволовъ обыкновенныхъ, не слишкомъ большихъ размѣровъ.

Конковскій соглашается, что наибольшая точность достигается при вычисленіи ствола дѣленіемъ его на отрубки, но видно, онъ себѣ представляетъ, будто каждый изъ этихъ, по его мнѣнію, сравнительно длинныхъ отрубковъ только и можетъ быть опредѣленъ по средне-арифметическому діаметру, а потому признаетъ результаты своей формулы болѣе точными чѣмъ тѣ, которые получились бы при дѣленіи дерева на части.

Рекомендуя свои формулы, авторъ выходитъ изъ того положенія, что древесныя стволы непремѣнно представляютъ собою параболоиды, объемы которыхъ могутъ быть выражены посредствомъ сказанныхъ формулъ, вслѣдствіе чего нѣтъ надобности въ какихъ нибудь иныхъ, быть можетъ, болѣе сложныхъ способахъ вычисленія.

Приемъ Конковского не можетъ быть признанъ вполне правильнымъ по той причинѣ, что не всѣ деревья представляютъ собою параболоиды. Къ тому, формула его не соотвѣтствуетъ основнымъ свойствамъ параболоида, такъ какъ въ послѣднемъ не существуетъ такого отношенія между діаметрами, какое предполагаетъ авторъ. Назначая ее для параболическихъ бревенъ, она должна была бы быть построена на отношеніи, которое существуетъ между квадратами діаметровъ и верхними высотами, а не на свойствѣ, которое проглядываетъ въ формулахъ автора.

Слѣдовательно, формулу

$$D_1 = \frac{2D + d}{3}$$

необходимо признать эмпирическою, лишенною математическаго основанія и легко можетъ быть что для извѣстной мѣстности было бы правильнѣе писать $\frac{D + 2d}{3}$ и т. п.; вообще же говоря тутъ можно сдѣлать очень много сочетаній и по желанію составить такую формулу, которая бы отвѣчала данному типу дерева. Авторъ доказываетъ, что формула его справедлива для цилиндра, потому что

$$D_1 = \frac{2D + D}{3} = \frac{3D}{3} = D;$$

но это изслѣдованіе не имѣетъ практическаго значенія, такъ какъ стволы

рѣдко обладаютъ цилиндрическою формою, а для усѣченного конуса, какъ это выше сказано, формула одинаково неправильна. Наконецъ, разсматриваемая формула противорѣчитъ основнымъ требованіямъ лѣсной стереометріи. Извѣстно, что дерево отличается наибольшею неправильностью внизу, такъ какъ въ этомъ мѣстѣ существуютъ корневые разбѣги; если діаметръ будетъ измѣренъ слишкомъ высоко, то онъ уже не будетъ нижнимъ діаметромъ, если же мы захватимъ корневые разбѣги, то ошибка въ измѣреніи желаемого діаметра будетъ удвоена.

Какъ бы то ни было, но К о н к о в с к і й первый обратилъ вниманіе на сходство древесныхъ стволовъ съ параболоидомъ. Приходится только сожалѣть, что послѣдующіе писатели всегда проходили его молчаніемъ и не оказали никакого содѣйствія къ усовершенствованію и исправленію предложеннаго авторомъ способа.

Затѣмъ, въ томъ же Корреспондентѣ за 1858 г. въ № 10, К о н к о в с к і й напечаталъ обращеніе ⁽⁵⁾ къ лѣсовладѣльцамъ, въ которомъ онъ ихъ проситъ собирать статическій матеріалъ для сравненія точности вычисленія, достигаемой дѣленіемъ ствола на отрубки, по его, автора, способамъ—точному и приблизительному, и по другимъ методамъ, принятымъ въ лѣсоводствѣ.

Авторъ предлагаетъ: принять англійскую или польскую мѣру, дѣлать длину отрубковъ внизу отъ 2—3 фут., на срединѣ отъ 5—6, а на верху 12 футовъ, распиливать стволъ на сказанныя отрубки и измѣрять діаметры и окружности сѣченій, измѣрять общую длину и окружность нижняго и верхняго отрубковъ съ корою и безъ коры ⁽⁶⁾.

Подробный разборъ программы автора отвлекъ бы меня слишкомъ далеко, но, во всякомъ случаѣ, слѣдуетъ замѣтить, что отрубки при подобныхъ изслѣдованіяхъ необходимо дѣлать одинаковой длины отъ 3—6 футовъ, измѣрять толщину отрубковъ на срединѣ, оставлять пень пропорціонально толщинѣ ствола (напр. $\frac{1}{3}$ толщины), для характеристики дерева записывать толщину его на высотѣ груди ($4\frac{1}{2}$ или 5 фут.), употреблять вилку а не масбантъ и брать діаметры на крестъ съ точностью до 0,1 дюйма, установить вѣдомость для однообразнаго записыванія данныхъ и т. д.

Послѣ этого К о н к о в с к і й переходитъ (въ 18 и 20 № № той же газеты) къ изслѣдованію степени точности, достигаемой при различныхъ способахъ вычисленія. Для примѣра онъ беретъ бревно, вычисленное у Г е н к е въ Zbióg wугасhowań (1842), дѣленіемъ на отрубки (5 штукъ), изъ которыхъ каждый вычисляется по среднему ариѳметическому діаметру. Бревно, при 20 дюймахъ внизу, 14" на верху и длинѣ въ 42', имѣетъ объему 73,909 куб. фут. При этомъ случаѣ авторъ, между прочимъ, изъ ряда частныхъ формулъ, составленныхъ по средне-ариѳметическому діаметру, для каждаго изъ отрубковъ выводитъ путемъ сложения формулу для общаго средняго діаметра всѣхъ сѣченій

$$D_1 = \frac{D + D_{n+1} + 2(D_2 + D_3 + \dots + D_n)}{2n}$$

По формулѣ автора, а слѣдовательно, какъ онъ говоритъ, по способу приближительному, изслѣдуемое бревно имѣетъ 74,2 куб. фут.

Точный его способъ состоитъ въ томъ, что изъ отношенія крайнихъ діаметровъ опредѣляется верхній діаметръ, выраженный въ частяхъ нижняго, именно:

$$d : D = 14 : 20 , \text{ откуда } d = \frac{D \cdot 14}{20} = 0,7 D .$$

Авторомъ составлена таблица, помѣщенная въ другомъ мѣстѣ (мы къ ней еще вернемся), въ которой для различныхъ отношеній d къ D имѣются данныя для срединнаго діаметра; въ послѣднемъ случаѣ для $d = 0,7 D$, діаметръ на срединѣ равенъ $= 0,9044 D = 0,9044 \times 20$, а объемъ ствола 74,9 куб. фут.

Вычисляя затѣмъ этотъ же стволъ по одному только средне-арифметическому поперечнику, получается въ результатѣ меньше противъ предъидущаго случая на — 12%; при опредѣленіи срединнаго діаметра по сбѣгу, считая по $\frac{1}{4}$ " на сажень, объемъ получается меньше на — 24%; принимая сбѣгъ по $\frac{1}{2}$ " на сажень, погрѣшность составитъ — 6%, и наконецъ, вычисляя объемъ по срединному діаметру, найденному непосредственнымъ измѣреніемъ погрѣшность равна + 2%.

Этимъ однако дѣятельность К о н к о в с к а г о въ области древоизмѣренія не оканчивается. Изъ предъидущаго видно, что еще должны существовать его таблицы. Они подъ заглавіемъ *Zbór Tablic i wzorów* и т. д. дѣйствительно появились въ 1858 г. (7). Изъ полнаго заглавія этихъ таблицъ и сдѣланнаго при нихъ объявленія слѣдуетъ, что сами таблицы должны составлять дополненіе къ готовившемуся къ печати, но не изданному сочиненію *Wykład poprawnej rachunkowości leśnej*, и что, кромѣ того, они не снабжены полнымъ текстомъ въ виду отсутствія извѣстнаго намъ статическаго матеріала, который авторъ надѣялся собрать. Вслѣдствіе всего этого мы лишены объясненій относительно происхожденія тѣхъ формулъ, которыя К о н к о в с к і й предлагаетъ въ разсматриваемыхъ тутъ таблицахъ. На первый взглядъ таблицы кажутся очень пестрыми, что, между прочимъ, зависитъ оттого, что изъ данныхъ, относящихся къ каждому дюйму толщины образуется самостоятельный отдѣлъ; вообще же они собою только представляютъ таблицы цилиндровъ съ предложеніемъ нѣсколькихъ оригинальныхъ формулъ для вычисленія срединнаго діаметра. Первая таблица содержитъ въ себѣ данныя для опредѣленія объема стволовъ отъ 1—7" толщины; Она составлена съ точностью до $\frac{1}{12}$ дюйма и отдѣльно для одного погоннаго фута и для цѣлой копы стволовъ (60 шт.), длиною онѣ отъ 1—30 футовъ; толщина можетъ быть выражена въ діаметрѣ или въ окружности (8).

Вторая таблица обнимаетъ собою размѣры отъ 7—60 дюймовъ по толщинѣ и отъ 1—100 футовъ по длинѣ. Она составлена для одной штуки и съ такими же подробностями какъ предъидущая. Средній діаметръ для обыкновенныхъ размѣровъ долженъ быть опредѣляемъ по формулѣ $D_1 = \frac{2D+d}{3}$,

а для крушныхъ по формулѣ

$$D_1 = \sqrt{\frac{8 D^2 + 4 D d + 3 d^2}{15}}$$

Въ послѣднемъ случаѣ D_1 вычислено для различныхъ размѣровъ средняго діаметра и помѣщено въ отдѣльной табличкѣ, о которой упоминалось раньше. D_1 вмѣстѣ съ тѣмъ, выражено въ частяхъ D , а для послѣдняго, какъ мы уже видѣли, найдено отношеніе къ верхнему діаметру, т. е. къ d . Иначе говоря, сначала опредѣляется отношеніе d къ D (напр. $d : D = 6 : 12$) и вычисляется значеніе для d , выраженное въ D (получ. $d = 0,5 D$). Такихъ уравненій рѣшается по возможности больше. Затѣмъ, въ изслѣдуемомъ бревнѣ сначала надо отыскать отношеніе d къ D а противъ найденной величины отыскать значеніе для средняго діаметра D_1 , вычисленнаго по сказанной формулѣ и выраженнаго въ частяхъ поперечника D , напр.

	<i>Если</i>	<i>то средній діаметръ</i>
$\frac{d}{D} = 0$	и $d = 0$	$D_1 = 0,730 D$
$\frac{d}{D} = \frac{1}{10}$	„ $d = 0,1 D$	$D_1 = 0,749 D$
$\frac{d}{D} = \frac{3}{12}$	„ $d = 0,25 D$	$D_1 = 0,782 D$
$\frac{d}{D} = \frac{6}{12}$	„ $d = 0,5 D$	$D_1 = 0,846 D$
$\frac{d}{D} = \frac{9}{12}$	„ $d = 0,75 D$	$D_1 = 0,919 D$

Какъ намъ извѣстно, авторъ предполагаетъ, что древесные стволы имѣютъ параболическую форму и утверждаетъ, что формула

$$D_1 = \sqrt{\frac{8 D^2 + 4 D d + 3 d^2}{15}}$$

свойственна параболоиду.

Сказанное предположеніе можетъ имѣть только условное значеніе, а послѣдняя формула не можетъ быть выведена на основаніи свойствъ параболоида, вслѣдствіе чего необходимо предположить, что она получена эмпирически (9).

По третьей таблицѣ опредѣляются объемы стволовъ толщиною отъ 61—108⁵/₈ дюйма. Въ ней помѣщены данныя только для одного погоннаго фута, такъ что въ сущности это есть таблица площадей поперечныхъ сѣченій (10).

Затѣмъ, въ книжкѣ находятся: таблица распредѣленія строеваго лѣса по сортиментамъ (съ опредѣленіемъ срединнаго діаметра по сбѣгу), такая же таблица автора, въ которой D_1 опредѣляется по формулѣ $\frac{2 D + d}{3}$, таблица квадратовъ и нормальная казенная такса.

Въ заключеніе Конковскій, желая удовлетворить потребностямъ древоизмѣренія, предлагаетъ нѣсколько формулъ, напр. для опредѣленія сѣченія на произвольной высотѣ ствола, недостающей верхушки и т. п.

Поперечникъ на высотѣ n , составляющей извѣстную часть всего ствола, авторъ вычисляетъ по формулѣ

$$D_n = D \left(1 - \frac{n^2}{H^2} \right),$$

въ которой D_n обозначаетъ искомый діаметръ, D діаметръ внизу, n извѣстную часть всей длины ствола, а H высоту дерева, отъ основанія до самой верхушки. Если предположить, что D_n находится въ томъ мѣстѣ, гдѣ отсѣчена верхушка, то этимъ самымъ получается формула для вычисленія діаметра верхняго сѣченія.

Для ускоренія вычисленій, авторъ составилъ табличку, въ которой помѣщены отношенія различныхъ частей высоты, ко всей высотѣ дерева, и соотвѣтствующіе діаметры, верхнихъ отрубовъ, напр.:

если	то
$n = 0,25 \quad H$	$— \quad D_n = 0,937 \quad D$
$n = 0,333 \quad H$	$— \quad D_n = 0,888 \quad D$
$n = 0,5 \quad H$	$— \quad D_n = 0,75 \quad D$
$n = 0,75 \quad H$	$— \quad D_n = 0,43 \quad D$

Кромѣ того, авторъ предлагаетъ разсматриваемую формулу также для окружностей, для

$$U_n = U \left(1 - \frac{n^2}{H^2} \right),$$

а затѣмъ, какъ изъ первой такъ и изъ этой послѣдней снова выводитъ формулу для опредѣленія той высоты дерева, на которой находится діаметръ какихъ либо искомымъ размѣровъ, другими словами, онъ выводитъ значеніе для n .

$$n = H \sqrt{1 - \frac{D_n}{D}}, \text{ или}$$

$$n = H \sqrt{1 - \frac{U_n}{U}} \quad (11);$$

отсюда же онъ, далѣе, выводитъ формулу для вычисленія всей высоты дерева, т. е.

$$H = \frac{n}{\sqrt{1 - \frac{D_n}{D}}}$$

$$H = \frac{n}{\sqrt{1 - \frac{U_n}{U}}}$$

Разсмотрѣнная формула для опредѣленія діаметра на желаемой высотѣ, неправильна, если она должна относиться къ параболоиду, для котораго ее назначаетъ авторъ. Она тоже не можетъ быть выведена на основаніи

свойствъ конуса или нейлоида, а потому приходится предположить, что ея происхожденіе эмпирическое. Выводя ее для параболоида, въ которомъ квадраты діаметровъ, пропорціональны удаленіямъ сѣченій отъ вершины, она пріобрѣла бы совершенно иной видъ, т. е.

$$D_n^2 = D^2 \left(1 - \frac{n}{h} \right),$$

а слѣдовательно не такой, какой она имѣетъ по соображеніямъ Конковскаго.

Тоже самое приходится сказать о другихъ формулахъ, предложенныхъ авторомъ, напр. для вычисленія діаметра на любой части высоты:

$$D_m = D - (D - d) m^2 \quad (12);$$

приблизительнаго срединнаго діаметра для усѣченныхъ конуса и параболоида:

$$D_1 = \frac{7D + 5d}{12} \quad (13);$$

длины верхушки x при извѣстной длинѣ бревна l :

$$x + l = \frac{l}{4} \left(\frac{4D_1 - D - 3d}{2D_1 - D - d} \right) \quad (14)$$

и нижняго комлеваго діаметра

$$D_0 = \frac{(D - d)^2 + 16D_1^2 - 8DD_1 - 8D_1d}{8(2D_1 - D - d)} \quad (15).$$

Въ заключеніе, какъ уже замѣчено было выше, можно только высказать сожалѣніе, что не вышла въ свѣтъ книга Конковскаго — Wykład poprawnej rachunkowości leśnej, въ которой вѣроятно могли бы быть найдены объясненія на счетъ происхожденія этихъ эмпирическихъ формулъ.

1. Korrespondent rolniczy, handlowy i przemysłowy, издаваемый при газетѣ Gazeta Warszawska, за 1857 годъ, № № 92 и 93.

O potrzebie wprowadzenia w praktykę nowych, rachunek ułatwiających, zasad leśnych, należną tegoż dokładność obok korzyści dla Rządu, oraz pożytku ogólnokrajowego w przyszłości zapewnić mogących.

2. Брошюра утверждена цензурою 8 ноября 1857 г. и напечатана въ типографіи Gazety Warszawskiej. Она имѣетъ 8 стр.
3. Какъ сказано, вся книга должна была называться: Wykład poprawnej rachunkowości leśnej. Первая часть должна была обнимать собою Zasady, jakie przy dochodzeniu miąższości drzewa w stanie naturalnym okrągłym, mianowicie budowlanego, mniej więcej regularnego bezprzeszkodnego wzrostu, przewodniczyć winny, а вторая, необходимыя свѣдѣнія по древоизмѣренію (szacowaniu), лѣсоустройству и по оцѣнкѣ. Подписная плата была назначена въ 3 руб.
4. На томъ основаніи, iż średnicę przecięciową profilu kloca nie zbyt wielkich wymiarów wziąć można z małym bardzo na minus uchybieniem, za średnicę przecięciową tegoż kloca i że powierzchnia części paraboli, ograniczonej współrzędnymi najwyższego jej punktu równa się $\frac{2}{3}$ częściom prostokąta z tychże współrzędnych (стр. 6). Р и к е (Über Berechnung des Körperlichen Inhalts unbeschlagener Baumstämme 1849), говоря о средне-арифметическомъ діаметрѣ

замѣчаетъ (въ примѣчаніи на 19 стр.), что изъ крайнихъ діаметровъ можно сдѣлать безконечное число сочетаній для вычисленія средняго поперечника и приводитъ среди неправильныхъ формулъ: $\frac{R + 2r}{3}$, $\frac{2Rr}{R+r}$ и т. д., формулу $\frac{2R+r}{3}$. Р и к е, конечно, ее не рекомендуетъ. Былъ-ли К о н-

к о в с к і й знакомъ съ книгою Р и к е, неизвѣстно.

5. Do szanownych obywateli ziemskich, w obrębie dóbr swoich lasy posiadających.
6. Авторъ даетъ наставленія, какъ вычислить окружность безъ коры, если она извѣстна вмѣстѣ съ корою и извѣстна толщина коры.

Если изслѣдователемъ забыта дома мѣра, то слѣдуетъ сдѣлать палку длиною въ средній ростъ человѣка и предположить, что она равна 6 фут., а затѣмъ, придя домой сдѣлать необходимую поправку.

7. Zbiór tablic i wzorów obrachunki techniczne ułatwiających, do wykładu poprawnej rachunkowości leśnej, poprzedzony objaśnieniami względem sposobu stosowania ich do praktyki. Ułożony przez Ludwika Konkowskiego. Warszawa 1858, drukarnia Tomaszewskiego.
8. Tablica, wykazująca miąższość 1 kopy okrągłego drzewa małych wymiarów, czyli tak zwanego cienkiego budulecu od 1 do $6\frac{11}{12}$ cali średnicy przecięciowej mającego, różnych praktykujących się w naturze długości (стр. 22).
9. Tabella miąższości okrągłego drzewa w różnych wymiarach długości, a mianowicie od 1 stopy do 100; średnicy przecięciowej czyli zrównanej od 7 cali.

$$\text{Średnica zrównana } D = \frac{2D + d}{3}.$$

10. Tablica miąższości drzewa nadzwyczajnych wymiarów na 1 stopę bieżącą długości wykazująca, poczynając od 61" średnicy przecięciowej, wyrównywującej średnicy walca, do $108\frac{5}{6}$ ".
11. Значеніе для n можетъ быть выведено слѣдующимъ образомъ:

$$D_n = D \left(1 - \frac{n^2}{H^2} \right)$$

$$\frac{D_n}{D} = \left(1 - \frac{n^2}{H^2} \right)$$

$$\frac{n^2}{H^2} = 1 - \frac{D_n}{D}$$

$$\frac{n}{H} = \sqrt{1 - \frac{D_n}{D}}$$

$$n = H \sqrt{1 - \frac{D_n}{D}}$$

12. Если-бы эта формула была выведена для параболоида, то она приобрѣла-бы видъ:

$$D^2_m = D^2 - (D^2 - d^2)m$$

13. Эту формулу авторъ самъ признаетъ приблизительною и она не даетъ правильныхъ результатовъ ни для параболоида, ни для конуса.
14. Выраженіе это не можетъ быть выведено на основаніи свойствъ какого либо опредѣленнаго тѣловращенія.
15. Авторъ отличаетъ комлевое сѣченіе отъ сѣченія взятаго въ томъ мѣстѣ гдѣ оканчиваются корневые разбѣги.

§ 10.

О физических способах опредѣленія объема единичныхъ срубленныхъ деревьевъ.

Въ польской лѣсной литературѣ въ первый разъ упоминается о физическихъ способахъ опредѣленія объема частей дерева въ 1821 году (1), по поводу изслѣдованія плотнаго содержанія складочныхъ мѣръ. Авторъ статьи *Gospodarstwo i administracya lasów* указываетъ на то, что опредѣляя плотное содержаніе складочной мѣры, необходимо взвѣсить составляющія ее полѣнья и найденное количество раздѣлить на число, выражающее собою вѣсъ одного кубическаго фута древесины. Кромѣ того, онъ предлагаетъ погружать полѣнья въ сосудъ съ водою и вычислить ихъ объемъ по количеству прибывшей воды. Можно сказать, что и впослѣдствіи, авторы касавшіеся этого вопроса, ограничивались только подобными общими указа- ніями. Генке два раза писалъ объ этомъ предметѣ, въ *Сильванѣ*, за 1842 годъ (2) и въ своемъ руководствѣ по лѣсоустройству (3), но не счелъ необходимымъ, съ своей стороны, прибавить какихъ либо разъясненій къ тому, что было сказано до него. Онъ даже затемнилъ, или лучше ска- зать, фальшиво направилъ вопросъ, потому что предложилъ производить взвѣшываніе изслѣдуемыхъ частей дерева посредствомъ правильно выте- саннаго кубическаго фута древесины. Этотъ приѣмъ совершенно неправи- лень, потому, что строеніе древесины во всѣхъ частяхъ даннаго дерева, а равнымъ образомъ, деревьевъ, хотя бы одной и той же породы, но вырос- шихъ при различныхъ условіяхъ, не одинаково; вслѣдствіе этого не суще- ствуетъ также прямаго отношенія между объемомъ и вѣсомъ дерева, на которомъ построено предложеніе Генке. — Полуянскій (1861 г.) только вскользь замѣчаетъ, что неправильныя части дерева опредѣляются погру- женіемъ въ воду, а затѣмъ переходитъ къ вѣсу дерева, какъ къ средству для опредѣленія объема послѣдняго. Изъ описанія вовсе не видно, какимъ образомъ дѣлается переходъ отъ вѣса къ объему, но изъ него только слѣ- дуетъ, что авторъ имѣетъ въ виду, существующія въ этомъ отношеніи, та- блицы, такъ какъ данныя, помѣщенные въ послѣднихъ, признаются имъ противорѣчивыми. Полуянскій отличаетъ абсолютный вѣсъ (*bez- względna ciężkość*), который получается, если вѣсъ 1 куб. фута воды (1 польск. куб. ф. воды вѣситъ 58,8 пол. куб. фунт.) умножить на число, вы- ражающее удѣльный вѣсъ, отъ послѣдняго, т. е. удѣльнаго (*ciężkość ga- tunkowa*). Въ первомъ случаѣ *вѣсъ кубическаго фута сосноваго дерева* *принятъ за единицу*, такъ что для дуба получается 1,23, для бука 1,14, березы 1,07, ольхи 0,96 и т. д. Во второмъ случаѣ за единицу принятъ вѣсъ 1 куб. фута воды и, послѣдовательно, приведены, относительно свѣ- жаго, пресохшаго и сухаго дерева, слѣдующія данныя: для дуба 1,046, 0,684, 0,560, для еосны, взятой изъ насажденія: 0,894, 0,650, 0,586, для осокоря: 0,770, 0,490, 0,368 и т. д.

Приведенныя авторомъ данныя, однако, нисколько не разъясняютъ сущности понятій, которыя имъ затронуты, потому что онъ сопоставляетъ вѣсъ древесины, взятой въ отношеніи сосны, съ удѣльнымъ вѣсомъ (4). Наконецъ, Мѣчинскій (1862 г.) ограничивается только замѣткою (5), что плотное содержаніе опредѣляется взвѣшиваніемъ, или погруженіемъ дерева въ воду, причемъ вытѣсненный объемъ воды собирается въ другой сосудъ и измѣряется. Позднѣйшіе авторы: Туцевичъ, Колечко и пр. совершенно умалчиваютъ о физическихъ способахъ, существующихъ для опредѣленія объема деревьевъ.

Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что разсматриваемый вопросъ почти игнорировался польскою лѣсною литературою. Выдржинскій (6) удовлетворяется опредѣленіемъ хвороста непосредственною его разработкою. Полуйанскій (7) опредѣленіемъ неправильныхъ частей дерева (сучьевъ), раздѣленіемъ ихъ на отрубки, которые могутъ быть приравнены цилиндрамъ и т. п., но о примѣненіи физическихъ способовъ опредѣленія объема деревьевъ или частей ихъ, для провѣрки математическихъ формулъ, даже не упоминается въ сочиненіяхъ этихъ авторовъ. Затронутый вопросъ возникъ въ польской литературѣ какъ бы случайно, только въ зависимости отъ опредѣленія плотнаго содержанія складочныхъ мѣръ и никогда не разъяснялся хотя бы сколько нибудь удовлетворительно.

Сдѣлавъ эти хотя краткія указанія, я несомнѣнно рѣшилъ мою задачу относительно разсматриваемаго вопроса. Характерныхъ предложеній относительно опредѣленія объема деревьевъ по вѣсу или погруженіемъ въ воду не было, а потому пришлось бы излагать приемы, касающіеся этого дѣла. Последнее, конечно, не лежитъ на моей обязанности, такъ какъ въ этомъ случаѣ слѣдуетъ обратиться къ учебникамъ по древоизмѣренію. Могу только одно прибавить, что для такихъ изслѣдованій необходимо запастись хорошимъ ксилометромъ, напр. зегеровскимъ и безмѣномъ. Затѣмъ, мнѣ кажется, что достаточно есть основанія въ настоящее время, во всякаго рода лѣсо-хозяйственныхъ изслѣдованіяхъ сообразоваться съ приемами принятыми союзомъ германскихъ опытныхъ учрежденій, а потому, вообще, и въ данномъ случаѣ въ частности желательнѣе придержаться его точки зрѣнія, съ которою мы можемъ познакомиться изъ книги Ганггофера — *Das forstliche Versuchswesen* (8).

1. Sylvan. Томъ II, 1821, стр. 135.
2. Тамъ же. Томъ XVIII, 1842, стр. 100.
3. G. Henke. Nauka urządzania, szacowania i ocenienia и т. д. Warsz., 1846, стр. 207.
4. A. Połujanski. Leśnictwo Polskie. Warszawa, 1861. Часть III, стр. 129.
5. Adam Mieczynski. Zasady leśnictwa Warszawa, 1862. Томъ II, стр. 299.
6. Klemens Wydrzynski. Przewodnik dla służby leśnej и пр. Warszawa 1853. стр. 113.
7. A. Połujanski. Leśnictwo Polskie. Часть III, стр. 92.
8. См. русскій переводъ: А. Ганггоферъ, лѣсное опытное дѣло. Переводъ студентовъ института сельскаго хозяйства и лѣсоводства въ Новой Александріи подъ редакціей автора. Варшава, 1882.

ГЛАВА III.

Опредѣленіе объема растущихъ деревьевъ.

§ 11.

Инструменты предложенные для измѣренія растущихъ деревьевъ.

Вопросъ возбуждаемый въ настоящей главѣ служилъ многократно предметомъ бесѣды въ польской лѣсной литературѣ. Уже было сказано, что порядки казеннаго лѣснаго управленія вообще имѣли рѣшительное вліяніе на развитіе лѣснаго хозяйства Царства Польскаго. Лѣсная администрація оцѣнивала лѣсосѣвки пересчетомъ, — таксаціею каждаго дерева, (свыше 6" на высотѣ груди). Послѣ этого понятно, почему способы опредѣленія объема растущихъ деревьевъ, всегда обращали на себя значительное вниманіе.

Если теперь въ частности, коснуться инструментовъ, предложенныхъ для употребленія при вычисленіи растущихъ деревьевъ, то дѣло разрѣшалось очень просто. Обыкновенно, начиная съ 1821 года (1), предлагали высотомѣръ Г о с ф е л ь д а (2), неуказывая, однако, происхожденія его и не упоминая имени изобрѣтателя. Въ упомянутомъ году въ Sylwan'ѣ этотъ высотомѣръ описывается какъ самый лучший. Вертикальная стойка, согласно описанію должна имѣть высоту въ 6 футовъ; на верхнемъ ея концѣ сдѣлано 100 дѣленій, по которымъ отсчитывается высота дерева; столько же дѣленій имѣется на горизонтальной скалѣ, выдвигаемой на число дѣленій, отвѣчающихъ числу единицъ длины, которое находится между наблюдателемъ и деревомъ. Къ тому концу этой скалы, который направленъ къ наблюдателю, придѣлана линеечка для визированія на дерево. Какъ известно, тутъ на приборѣ получается такой же треугольникъ, какой образовывается въ натурѣ изъ высоты дерева, разстоянія наблюдателя отъ послѣдняго и луча зрѣнія, направленаго на вершину. Высота дерева по-

лучается непосредственнымъ отсчитываніемъ дѣленій на скалѣ. Затѣмъ, для опредѣленія толщины дерева на высотѣ груди въ упомянутой статьѣ предлагается (стр. 147) масбантъ—obwodniar. Такъ какъ высотомѣръ Г о с ф е л ь д а уже разъ былъ признанъ самымъ лучшимъ изъ всѣхъ другихъ, то въ немъ только стали дѣлать различныя усовершенствованія. Напримѣръ, неизвѣстный авторъ въ 1823 году, описывая въ III томѣ Sylwan'a госфельдовскій высотомѣръ (3), научаетъ какимъ образомъ онъ можетъ быть употребленъ для возстановленія прямыхъ угловъ при отводѣ пробныхъ площадей. Онъ даже идетъ гораздо далѣе, потому что устанавливаетъ свой высотомѣръ на штативѣ въ горизонтальномъ положеніи и употребляетъ его для измѣренія угловъ при съемкѣ плановъ. Этотъ же приборъ долженъ служить для нанесенія угловъ на бумагу, а такъ какъ измѣреніе разстояній между углами должно быть производимо масбантомъ, то, понятно, что такая съемка не должна отличаться точностью и могла бы быть примѣнена только къ какимъ нибудь случайнымъ, незначительнымъ работамъ.

Дальнѣйшія усовершенствованія, которыя были сдѣланы въ описываемомъ высотомѣрѣ, заключаются въ приоровленіи его къ измѣренію толщины дерева на недосыгаемой высотѣ. Эта передѣлка (1829 г.) высотомѣра въ дендрометръ заключается въ слѣдующемъ (4). Извѣстныя намъ двѣ его скалы устанавливаются на штативѣ, и по той изъ нихъ, которая прежде находилась въ вертикальномъ положеніи, визируютъ на лѣвый конецъ діаметра, подлежащій измѣренію на извѣстной высотѣ дерева. Визирная линейка, прикрѣпленная къ правому концу подвижной скалы, устанавливается съ нею подъ прямымъ угломъ. Визируя по краю линейки на то мѣсто дерева, въ которомъ находится измѣряемый діаметръ, подвижная скала выдвигается въ право до тѣхъ поръ, пока лучъ зрѣнія не совпадетъ съ правымъ концомъ діаметра. Число дѣленій, находящееся на подвижной скалѣ, показываетъ длину измѣряемаго поперечника. При этомъ высотомѣръ снова предлагается какъ геодезическій инструментъ для съемки плановъ, а съ прибавленіемъ компаса, даже для отвода лѣсосѣкъ, которыя, согласно принятому въ Царствѣ Польскомъ обычаю, должны идти подъ угломъ 135/315 бусоли. Наконецъ, М ѣ ч и н с к і й (1862 г.) еще разъ описываетъ высотомѣръ Г о с ф е л ь д а (5), конечно не упоминая фамиліи изобрѣтателя, и находитъ, что высотомѣръ нѣкоего М. К р а с у с к а г о лучше предъидущаго. По описанію можно заключить, что послѣдній приборъ представляетъ собою ничто иное какъ только передѣлку госфельдовскаго высотомѣра въ дендрометръ, о чемъ было сказано выше. Такъ какъ по М ѣ ч и н с к о м у изобрѣтеніе К р а с у с к а г о сдѣлано въ 1850 году, то оно вѣроятно содержитъ въ себѣ нѣкоторыя усовершенствованія въ сравненіи съ предъидущимъ приборомъ.

Г е н к е по поводу высотомѣровъ упоминаетъ фамилію Г о с ф е л ь д а, но приписываетъ ему изобрѣтеніе высотомѣра К е н и г а или Тарандской доски (6), которой даетъ подробное описаніе. Вмѣстѣ съ тѣмъ, упо-

мянутый авторъ находитъ возможнымъ опредѣлять высоту дерева любымъ угломѣрнымъ инструментомъ; измѣривъ уголъ зрѣнія, надо опредѣлить его тангенсъ, который, будучи умноженъ на разстояніе наблюдателя отъ дерева, даетъ высоту послѣдняго; для того чтобы этотъ пріемъ могъ быть употребленъ на практикѣ, Генке помещаетъ въ своей книгѣ таблицу тангенсовъ для угловъ отъ $26\frac{1}{2}^{\circ}$ до $63\frac{1}{2}^{\circ}$ при діаметрѣ равномъ единицѣ (7).

Иногда въ польскихъ руководствахъ встрѣчается еще описаніе прибора Шмидта (Schmidt, Anleitung zur Forstgehaubestimmung, стр. 22. подъ названіемъ Krzyża (крестъ). Онъ состоитъ изъ длиннаго шеста, на верхнемъ концѣ котораго находится цѣлый рядъ поперечныхъ перекладинъ. Приставляя krzyżъ къ дереву легко замѣтитъ, которая изъ поперечинъ совпадаетъ съ длиною опредѣляемаго діаметра, а слѣдовательно, найти величину послѣдняго. Если требуемый діаметръ находится выше прибора, то первый опредѣляется наглазъ (8). Krzyż, подъ названіемъ Krzyżownica, описываютъ еще Б. Александровичъ (9) и Мѣчинскій (10). Описываемый крестъ, собственно, представляетъ собою дендрометръ, хотя и можетъ служить для измѣренія высоты дерева подобно тому обыкновенному и длинному шесту, который вмѣстѣ съ другими авторами предлагался Полуянскимъ (11). Высокій шестъ втыкается въ землю вблизи измѣряемаго дерева, о высотѣ котораго судятъ по извѣстной длинѣ этого шеста. Послѣдній, конечно, имѣетъ нѣсколько иное значеніе чѣмъ шестъ, предлагаемый Э. Гейеромъ, который въ этомъ случаѣ опредѣляетъ высоту дерева, иногда еще при помощи лѣстницы, непосредственнымъ измѣреніемъ (12). Затѣмъ, Полуянскій не отличалъ высотомѣровъ-гипсометровъ отъ дендрометровъ, и полагая, вѣроятно, что эти два названія синонимы, описываетъ (13) равно-катетный треугольникъ, сдѣланный изъ дерева и прикрѣпленный къ палкѣ, какъ wysokomiar или dendrometr.—Предложеніе Кольчки, какъ самое позднѣйшее, представляетъ собою, хотя для исключительныхъ условій, самое простое и вѣрное (14). Около дерева втыкаютъ довольно длинную палку и наблюдаютъ длину ея тѣни; измѣряютъ длину тѣни, бросаемой изслѣдуемымъ деревомъ, послѣ чего искомая длина опредѣляется изъ отношенія, существующаго между нею и длиною тѣни, съ одной стороны, а затѣмъ, длиною палки и ея тѣни, съ другою (15). Само собою разумѣется, что описанный пріемъ не можетъ имѣть широкаго примѣненія. Кольчко заканчиваетъ свое разсужденіе объ измѣреніи высоты дерева лишь указаніемъ, что наилучшимъ приборомъ, существующимъ для этой цѣли, представляетъ собою высотомѣръ zwierciadłowy (зеркальный) Фаустмана.

Въ заключеніе мнѣ только остается припомнить здѣсь о давно забытомъ (1828 г.) геодезическомъ инструментѣ І. Кольберга, который одновременно можетъ быть употребленъ какъ высотомѣръ (16). Вѣроятно, этотъ приборъ никогда не употреблялся на практикѣ, потому что рѣшительно никто изъ позднѣйшихъ авторовъ даже не упоминаетъ о немъ. Онъ состоитъ изъ маленькаго четырехугольнаго ящика съ зеркаль-

цемъ внутри и изъ придѣланной снаружи трубочки; весь приборъ такой величины, что можетъ помѣститься въ карманѣ. Если держать его въ вертикальномъ положеніи передъ деревомъ и смотрѣть въ находящееся въ немъ отверстіе, то приближаясь къ дереву или отдаляясь отъ него, можно найти точку, изъ которой видна въ сказанномъ отверстіи верхушка дерева. Въ этомъ случаѣ, на основаніи свойствъ прибора, высота дерева и разстояніе наблюдателя отъ него составляютъ два равныхъ между собою катета прямоугольнаго треугольника, а слѣдовательно, высота дерева опредѣляется разстояніемъ, находящемся между наблюдателемъ и основаніемъ дерева. Понятно, что къ найденной величинѣ еще надо прибавить высоту глаза наблюдателя отъ поверхности земли. Самъ изобрѣтатель, сравнивая свой приборъ съ зеркальнымъ инструментомъ Фаллона, считаетъ достигаемые первымъ результаты только приблизительными. Принимая въ соображеніе послѣднее обстоятельство, а кромѣ того возможность только случайно избрать въ лѣсу для наблюденія мѣсто, находящееся отъ дерева на разстояніи его высоты, мы приборъ Кольберга должны признать не практичнымъ. Онъ, между прочимъ, описанъ на девятнадцати страницахъ и, конечно, въ продажѣ не имѣется.

Сводя въ одно все вышесказанное о приборахъ, которыя служатъ для измѣренія размѣровъ растущаго дерева, мы убѣждаемся, что ихъ описано сравнительно довольно много. Тѣмъ не менѣе, они практическаго значенія не имѣли, потому что лѣсничіе опредѣляютъ размѣры растущихъ деревьевъ наглазъ, провѣряя свой глазомѣръ на лежащихъ деревьяхъ. Большинство сказанныхъ приборовъ отличается простотою, каковы напр.: шесть, палка, треугольникъ и друг. Приборъ Гософельда, чаще всего описанный, на практикѣ не употребляется, приборъ Кольберга забытъ, а высотомѣръ Фаустмана вѣроятно, тоже, не распространится, потому что не описанъ въ книгѣ Колечко, а только векользь упомянуть. Вообще же можно сказать, что свѣдѣнія о разсматриваемомъ дѣлѣ попадали въ польскую литературу какъ будто случайно. Обыкновенно, одинъ авторъ повторяетъ за другимъ то, что было сказано до него безъ надлежащей критики; приборъ описывается безъ разсмотрѣнія его значенія въ отношеніи точности работы и быстроты ея исполненія. Данныхъ о провѣркѣ описанныхъ высотомѣровъ тоже не имѣется въ польской литературѣ.

1. См. статью *Oszacowanie lasów*, помѣщенную въ *Sylwan*'ѣ за 1821 годъ, на стр. 130.
2. В. Г. Собичевскій. Лѣсной отдѣлъ Московской политехнической выставки 1872. Москва, 1872, стр. 174.
Ф. Бауръ. Лѣсная таксація. Переводъ А. Шафранова. Спб. 1878, стр. 115.
Dr. Fr. Baur. Die Holzmesskunst. Anleitung zur Aufnahme и т. д. Wien. 1875, стр. 106.
3. *Opisanie i użycie narzędzia do mierzenia wysokości, obwodu i średnicy drzew Sylwan*, томъ III, 1823, стр. 363—373.

4. O narzędziu, służącym do mierzenia u drzew stojących średnicy dolnej i średnicy górnej w upodobanej wysokości. Sylwan, томъ VI, 1829, стр. 76. Статья написана Козловскимъ.
5. A. Mieczuński. Zasady leśnictwa. Warszawa, 1862. Часть III, стр. 299.
Въ приборѣ Красускаго, какъ на самыя главныя части указывается, на orzech, średnicomiar i wysokomiar.
6. Dr. G. König. Die Forstmathematik. Gotha, 1854, стр. 401.
Генке перерисовалъ чертежъ высотомѣра изъ Anleitung zur Holztaxation, ein Handbuch, für jeden Forstman und Holzhändler von Dr. G. König. Gotha, 1813 (Becker).
Ө. К. Арнольдъ. Лѣсная таксація. Спб. 1868, стр. 29.
Dr. K. Heyer. Anleitung zu forststatischen Untersuchungen, verfasst in Auftrag der Versammlung süddeutscher Forstwirthe zu Darmstadt 1845. Giessen 1846. Ricker, стр. 54 и 55.
В. Т. Собищевскій. Лѣсной отдѣлъ и т. д. Москва, 1872, стр. 174.
7. G. Henke. Nauka urządzania, szacowanie и т. д. Warszawa. 1846, стр. 194.
8. См. выше, примѣчаніе 4-е, стр. 76 этой статьи.
9. Praktyczny sposób wymierzania i wyrachowania masy drzewa w pniach stojących, oraz ocenienia tegoż przez B. Aleksandrowicza. Warszawa, 1863.
10. A. Mieczuński. Zasady leśnictwa. Томъ II, стр. 299.
11. A. Połujański. Leśnictwo Polskie. Warszawa, 1861. Часть III, стр. 8.
12. Eduard Heyer. Ueber Messung der Höhen, so wie der Durchmesser der Bäume im Allgemeinen, besonders aber bei forst-statischen Untersuchungen, nebst einleitenden Bemerkungen ueber Bildung der Massen und Estragstafeln. Giessen, (Rickersche Buchhandlung), 1870, стр. 37.
13. A. Połujański. Wykład popularny nauki gospodarowania и т. д. Warszawa, 1860, стр. 33.
14. Walenty Koleczko. Zasady praktycznego urządzania lasów и т. д. Warszawa, 1882, стр. 20.
15. Размѣръ дерева равняется длинѣ тѣни его, умноженной на число единицъ, заключающихся въ паякѣ и раздѣленной на число единицъ, представляющихъ длину тѣни взятой палки.
16. Opisanie narzędzia mierniczego do wymierzania od oka odległości lub wysokości różnych przedmiotów, wynalazku Juljusza Colberga, profesora przy Królewskim uniwersytecie Warszawskim, и т. д. Sylwan, томъ V, 1823, стр. 160 — 179.
Ch. H. I. v. Colberg. Beschreibung eines neu erfundenen Instruments zur Messung der Entfernungen und Höhen, 1828. См. F. Freiherr von Löffelholz - Colberg. Forstliche Chrestomathie II. Berlin, 1868, стр. 76.

§ 12.

Опредѣленіе объема растущаго дерева по таблицамъ сравнительныхъ цилиндровъ.

Если не считать указанія Генке о вычисленіи объема растущаго дерева по глазомѣру (¹), то свѣдѣнія, имѣющіяся вообще объ измѣреніи растущихъ деревьевъ, можно раздѣлить на три группы. Къ первой изъ нихъ относятся предложенія, касающіяся вычисленія по сравнительнымъ цилиндрамъ,

ко второй—по обыкновеннымъ таблицамъ цилиндровъ, а къ третьей—по видовому числу. Остановимся на таблицахъ сравнительныхъ цилиндровъ.

Въ началѣ двадцатыхъ годовъ мы встрѣчаемъ въ Сильванѣ (2) сообщеніе о затрудненіяхъ, сопряженныхъ съ вычисленіемъ объема растущихъ деревьевъ. Эти затрудненія сводятся къ невозможности опредѣлить верхній діаметръ лѣсины (walca z górnego), недосыгаемости короны, составляющей часть всего дерева и къ *недоступности корней*, вслѣдствіе нахождения ихъ въ землѣ. Авторъ этого разсужденія видитъ исходъ въ примѣненіи таблицъ Котты, составленныхъ на основаніи того соображенія, что деревья одинаковыхъ размѣровъ, выросшія при одинаковыхъ условіяхъ, имѣютъ также одинаковые объемы. Послѣ этого данныя объ объемахъ деревьевъ должны быть собираемы группированіемъ послѣднихъ по размѣрамъ и срубкою модельныхъ деревьевъ для каждаго класса. При этомъ, сказанный авторъ обѣщаетъ, что въ скоромъ времени появятся таблицы Котты, составленные подобнымъ образомъ и содержащія данныя относительно объема ствола (лѣсины), короны и пней. Дѣйствительно, обѣщанныя таблицы скоро (1823 г.) вышли въ свѣтъ. Они были помѣщены въ Sylwan'ѣ (3), въ которомъ снова рекомендуются какъ таблицы „знаменитаго“ Котты, стоящія на высшей ступени совершенства. Эти таблицы, носящія названіе: *Tablice pomocnicze do oszacowania lasów*, появились также отдѣльнымъ оттискомъ.

Опредѣленію объема растущихъ деревьевъ, въ этой книгѣ посвящена отдѣльная таблица подъ названіемъ: *Tablice do wycacowania masy pni stojących* (4). Сначала идутъ данныя для вычисленія ствола (strzały), или правильнѣе, лѣсины, которая считается до мѣста нахождения сучьевъ. Лѣсина можетъ идти въ колотыя дрова, а остальная часть ствола только въ круглякъ. Объемъ лѣсины (5) поставленъ въ зависимости отъ толщины основанія, отъ высоты и полнодревесности, или сбѣга діаметра. По полнодревесности всѣ главнѣйшія древесныя породы раздѣлены на 7 классовъ (*klasy zwięzania górnego strzały*), которые представлены слѣдующимъ способомъ:

I	II	III	IV	V	VI	VII
		П и х т а,			е л ь.	
	Ду б ъ, б у к ъ,		ли ств.			
	Ли на,		со сна,		я се нь.	
Кле нь,	о си на,		в я з ъ.			
Топ оль,	о ль х а,					
бере- за.						

Для приведенныхъ семи классовъ полнодревесности и для высоты отъ 11' до 130' вычислены сравнительныя высоты, по которымъ объемъ ствола, зная его діаметръ на высотѣ груди, отыскивается въ таблицахъ цилиндровъ. При высотѣ напр. въ 50' эти сравнительныя высоты для сказанныхъ 7-ми классовъ относительно сосны послѣдовательно представляютъ слѣдующія величины: 30,80, 36,80, 38,60, 40,00, 41,13, 42,08, 43,60; при высотѣ 100 фут., сравнительныя высоты послѣднихъ 3-хъ классовъ равны: 56,00, 61,03, 67,60, и при длинѣ въ 130' получается для послѣдняго класса 72,40.

Какъ видно, этотъ способъ мѣшкотенъ и неправиленъ. Во первыхъ, необходимо, чтобы таблицы точно отвѣчали условіямъ данной мѣстности, а во вторыхъ, чтобы классъ полнодревесности былъ правильно выбранъ. На практикѣ эти два условія чрезвычайно трудно достижимы. Приведенная табличка есть та же самая, которая можетъ быть найдена въ книгѣ К е н и г а — *Die Forst - Mathematik* (6). Такъ какъ эти опытыя данныя были признаны верхомъ совершенства, еще въ началѣ своего появленія, то понятно, почему они никогда не были провѣряемы.

Затѣмъ идутъ двѣ отдѣльныя таблицы для опредѣленія запаса „короны“, къ которой отнесена вся вѣтвистая часть дерева. Въ зависимости отъ породы и полноты насажденія, они составлены для пяти классовъ, изъ которыхъ первый въ отношеніи полноты занимаетъ самое высшее мѣсто. Другими словами можно было бы сказать, что эти таблицы составлены для кругляка и сучьевъ, потому что въ нихъ имѣются данныя для опредѣленія того и другаго сортимента.

Вотъ для примѣра нѣкоторыя цифры для сосны:

Окруж. въ фут.	2	5	6	8	10		
Круглякъ	I	1,8	2,57	3,57	8,36	12,4	} въ куб. фут.
	V	2,5	6,35	11,35	35,32	57,27	
Сучья	I	0,60	4,3	6,4	10,8	13,0	
	V	2,8	13,35	19,8	34,7	42,4	

У К е н и г а эти двѣ таблицы, въ упомянутой *Forst-Mathematik*, помѣщены подъ заглавіемъ: *Knüppelgehalt in Körperfussen und Reisholzgehalt in Körperfussen* (стр. 82—85). Третья таблица составлена для вычисленія объема пней, съ главнѣйшими корнями или безъ нихъ. Данныя распределены между пятью классами, изъ которыхъ первый относится къ пнямъ наименьшей высоты (1½'), при менѣе тщательной заготовкѣ, а послѣдній, пятый къ обратнымъ условіямъ.

Объемъ пня безъ корней, напр. при окружности въ 1½ фута, равенъ въ I-мъ классѣ 0,31 куб. фут., а въ V-мъ 0,51 куб. фут.; если же пень имѣетъ въ окружности 10 фут., то въ I-мъ классѣ его объемъ равенъ 15,91 куб. фут., а въ V-мъ—27,05; для вычисленія пня, вмѣстѣ съ главнѣйшими корнями, соответственно, получаютъ слѣдующія величины: при окружности въ 1½'—0,58 и 1,04, а при окружности въ 10'—50,73 и 85,02 (7).

Эти же таблицы, составленныя по опытнымъ даннымъ, встрѣчаются въ справочной книгѣ Г е н к е — *Zbiór wugachowań*, вышедшей гораздо поз-

же (1842 г.). Они озаглавлены: *Tablice służące do obrachowania miąższości drzewa stojącego* (8) и названы уже Кениговскими (9). Та табличка, которая служить, въ частности, для вычисления одной лишь лѣсины, носить у Генке только нѣсколько иное названіе, а именно: *Tablica redukcji wysokości strzały drzew, na wysokość walca téj saméj miąższości*; изъ этого названія слѣдуетъ, что хотя таблица и содержитъ безъ всякихъ измѣненій тѣ же данныя, которыя были приведены раньше, но она нѣсколько выясняетъ понятіе о сравнительной высотѣ. Въ дѣйствительности тутъ только опредѣляется высота сравнительнаго цилиндра, объемъ котораго послѣ этого отыскивается въ таблицахъ цилиндровъ. Остальныя таблицы, за исключеніемъ названія, тоже болѣе ничѣмъ не отличаются отъ извѣстныхъ намъ изъ предъидущаго (10). Въ руководствѣ для устройства лѣсовъ Генке болѣе не приводитъ разсматриваемыхъ таблицъ, а только, послѣ нѣкоторыхъ общихъ замѣчаній, ссылается на свою памятную книгу (стр. 214—217). Наконецъ, Полуянскій (11) по поводу этихъ же таблицъ замѣчаетъ, что у нѣмцевъ есть таковыя, въ которыхъ въ зависимости отъ породы и условій роста, можно найти высоту цилиндра, одинаковаго съ деревомъ объема; эту уменьшенную высоту слѣдуетъ только умножить на площадь основанія, чтобы получить величину равную объему дерева. Таблицы эти сказанный авторъ называетъ непрактичною выдумкою, потому что трудно выбрать, соотвѣтствующій данному случаю, классъ полнодревесности. Несмотря однако на то, что Полуянскій вообще съ такимъ недоувѣріемъ относится къ нѣмецкимъ таблицамъ, онъ снова къ нимъ прибѣгаетъ, когда дѣло идетъ объ опредѣленіи количества кругляка; такъ напр. онъ въ своей книгѣ помѣщаетъ данныя для всѣхъ почти породъ и пяти классовъ полноты насажденія и, къ тому, для деревьевъ діаметромъ на высотѣ груди отъ 8"—38". Для сосноваго дерева, имѣющаго напр. 38" въ діаметрѣ, послѣдовательно, начиная съ перваго класса, получаютъ слѣдующія величины, выражающія въ кубическихъ футахъ количество кругляка: 12,4, 23,6, 34,8, 46,1 и 57,3. Подобнымъ же образомъ, количество сучьевъ для дерева о 38" въ діаметрѣ выразится рядомъ цифръ: 13,0, 20,4, 27,7, 35,1 и 42,4. Наконецъ для опредѣленія количества пней безъ корней получаютъ величины: 15,9, 18,7, 21,5, 24,3 и 27,1. Изъ сравненія данныхъ, представленныхъ Полуянскимъ съ имѣющимися въ нѣмецкихъ вспомогательныхъ таблицахъ, оказывается, что, умолчавъ объ источникѣ, онъ перепечаталъ таблицы Кенига (12). Происхожденіе таблицъ замаскировывается частью тѣмъ, что окружности переведены на діаметры. Тѣмъ не менѣе, Полуянскому не удалось поколебать довѣріе къ разсматриваемымъ таблицамъ, которыя въ настоящее время должны быть признаны слишкомъ устарѣвшими и сомнительнаго значенія для практики, тѣмъ болѣе что они ни разу не были провѣряемы.

1. G. Henke. *Nauka urządzania, szacowania, и т. д.* Warszawa, 1846, стр. 217.

Все дерево по глазомѣру оцѣнивается въ кубическихъ футахъ, а затѣмъ, по опытнымъ даннымъ, зависящимъ отъ мѣстныхъ условій, его